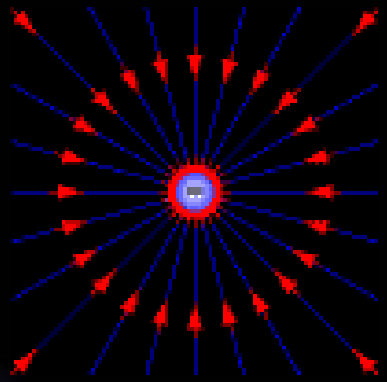
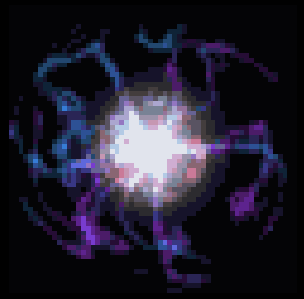
EL CAMPO ELÉCTRICO





¿Qué aprenderemos en este capítulo?

- El Concepto de Campo
- Definición de campo eléctrico
- Líneas de campo eléctrico: propiedades
- El dipolo eléctrico
- El campo eléctrico en Conductores

¿Qué aprenderemos en este capítulo?

- El Campo eléctrico de partículas
- El campo eléctrico de distribuciones continuas de carga

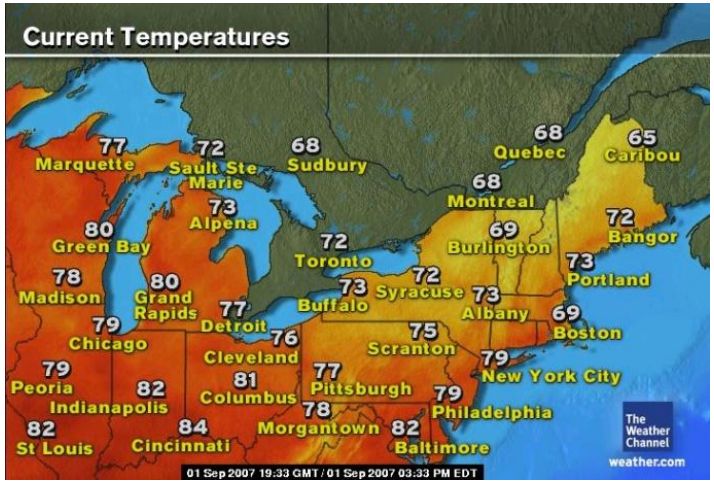
CREANDO UN CAMPO ELÉCTRICO

¿Por qué se usa el campo eléctrico?

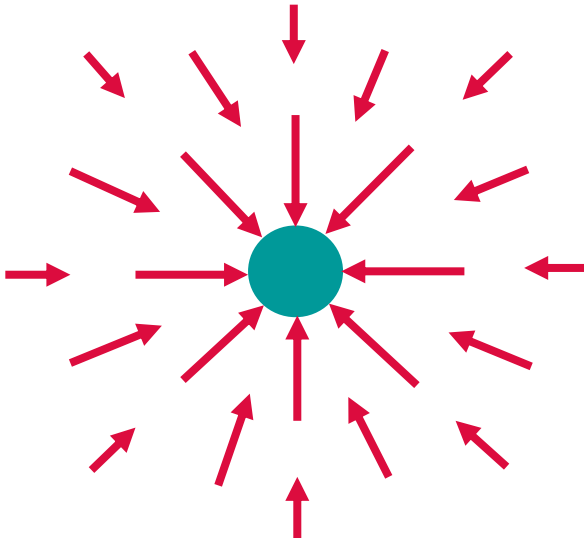
- Porque es útil simplificar el problema separándolo en partes. Calculamos el campo y luego la fuerza.
- Porque nos permite pensar en una situación mas general donde la segunda carga no se especifica. Solo se involucra la carga que genera el campo.
- Porque la fuerza eléctrica en realidad no se transmite instantáneamente. Nos permite analizar los casos en que las cargas están en movimiento.

Campos

- Campos Escalares:
  - Temperatura – T(r)
  - Presión – P(r)
  - Energía Potencial – U(r)



- Campos Vectoriales:
  - Campo de Velocidad – $\vec{v}(\vec{r})$
  - Campo Gravitacional – $\vec{g}(\vec{r})$
  - Campo Eléctrico – $\vec{E}(\vec{r})$
  - Campo Magnético – $\vec{B}(\vec{r})$



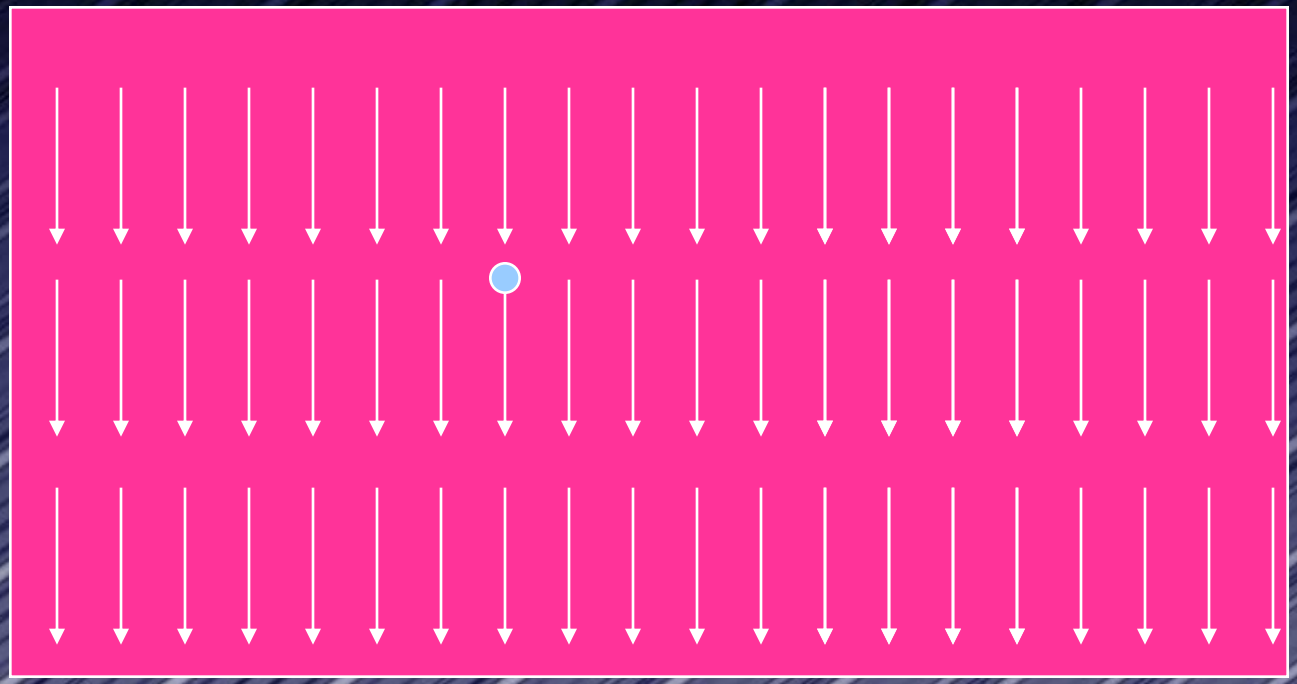
El Concepto de Campo

- Campo gravitacional homogéneo (Es, en realidad un campo de aceleraciones gravitacionales)

•Sala de clases

•Todos los puntos de la sala de clases tienen la propiedad de que masas colocadas en ellos experimentan la misma aceleración; es decir:

- $g = \text{Cont.}$

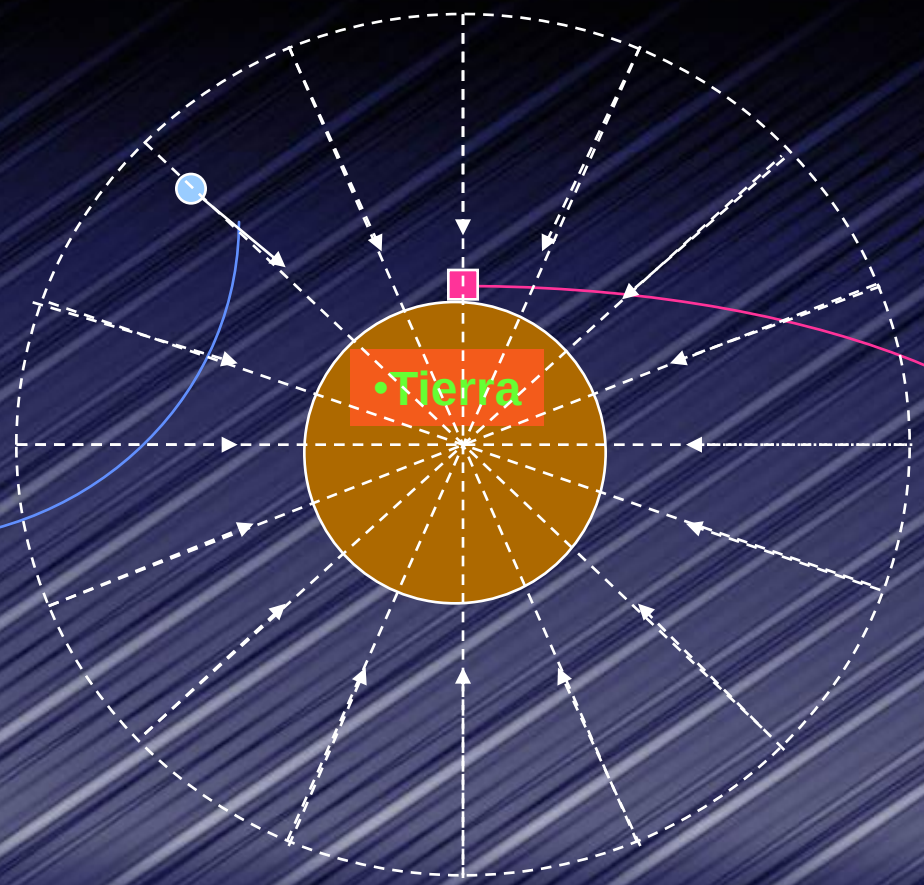


•Este Campo gravitacional depende del planeta en que se encuentre la sala de clases.

Concepto de Campo

Si consideramos el planeta Tierra en su totalidad; entonces el Campo gravitacional presenta otro aspecto.

$$g = -\frac{G\,M}{r^2}$$



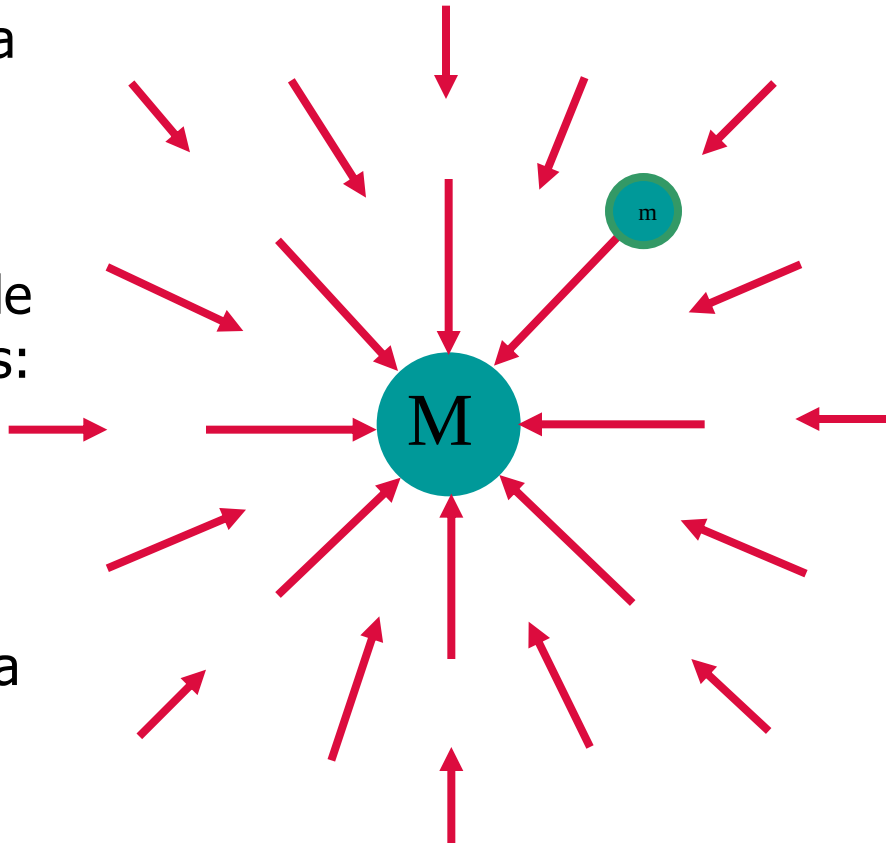
•La intensidad de campo; g, depende de **M** y **r**.

Campo Vectorial Debido a la Gravedad

- Cuando usted considera la fuerza de la gravedad de la tierra en el espacio, ésta apunta por todas partes en la dirección hacia el centro de la tierra. Pero recuerde que la intensidad de la fuerza es:

$$\vec{F} = -G\frac{Mm}{r^2}\hat{r}$$

- Éste es un ejemplo de una fuerza que varía con el inverso del cuadrado de la distancia.



Idea de la Masa de "prueba"

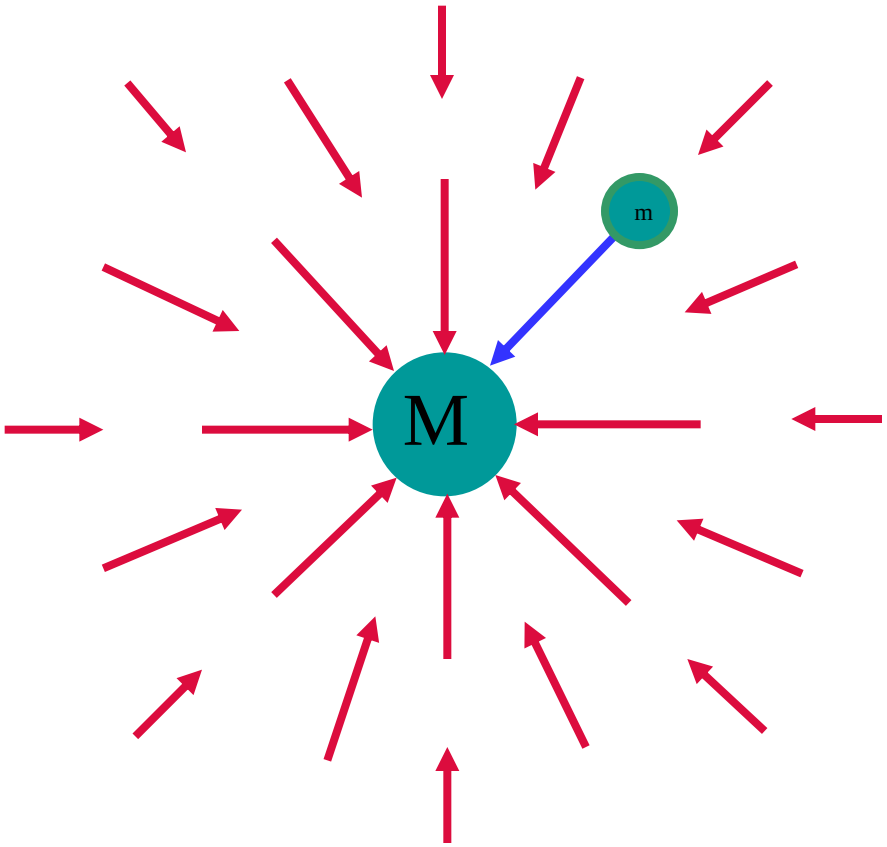
- Note que la cantidad de fuerza depende de la masa, m:

$$\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2}\hat{r}$$

- Es conveniente preguntar *¿cuál es la fuerza por unidad de masa*?. La idea es imaginarse el poner una unidad de una masa de prueba cerca de la tierra, y observa el efecto sobre ella:

$$\frac{\vec{F}}{m} = -\frac{GM}{r^2}\hat{r} = -g(r)\hat{r}$$

- $g(r)$ es el "*campo gravitacional*."

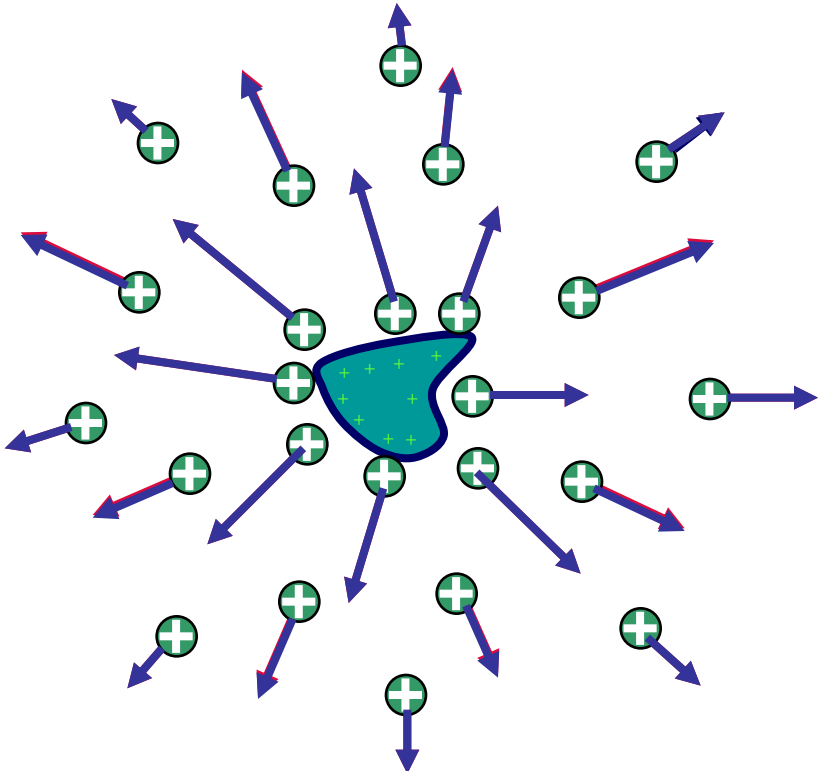


El Campo Eléctrico: E

- Se dice que un campo eléctrico existe en la región del espacio alrededor de un objeto cargado: la fuente de carga.
- Concepto de carga de prueba:
  - Pequeña y positiva
  - No afecta la distribución de carga
- Campo Eléctrico:

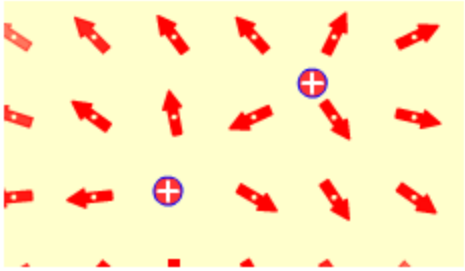
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

➢ *F - fuerza eléctrica que experimenta la carga q_o*



  - La existencia de un campo eléctrico es una propiedad de su fuente;
  - La presencia de una carga de prueba no es necesaria para la existencia del campo;

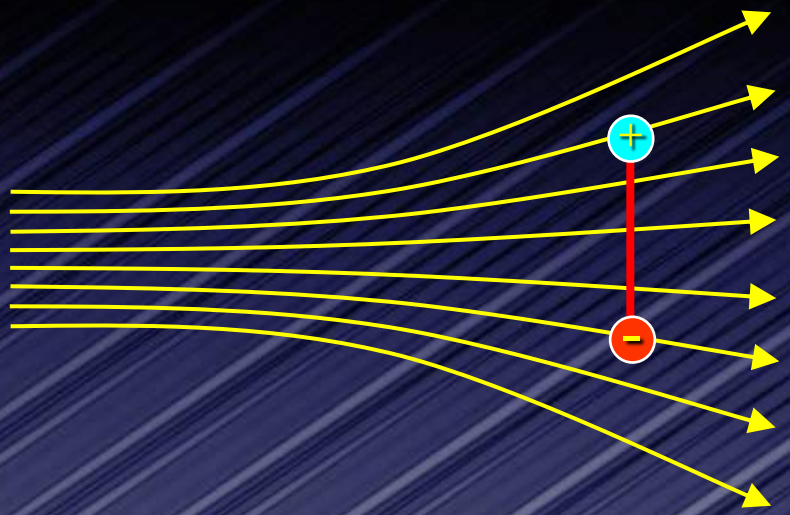
➢ En el sistema Internacional, la unidad del campo es N/C



¿Si conocemos E, cuánto vale F?

Es sencillo,

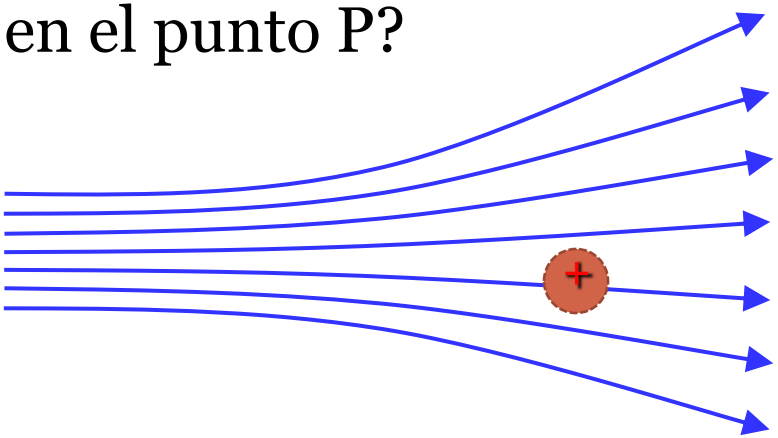
$F = q\,E.$



Esta es una ecuación vectorial;

Campo Eléctrico

Una carga de prueba de +3 μC se encuentra en el punto P donde existe un campo eléctrico apuntando a la derecha y tiene una magnitud de 4×10^6 N/C. Si la carga de prueba es remplazada con otra carga de prueba de −3 μC, ¿qué pasa con el campo eléctrico en el punto P?



A. No se ve afectado.

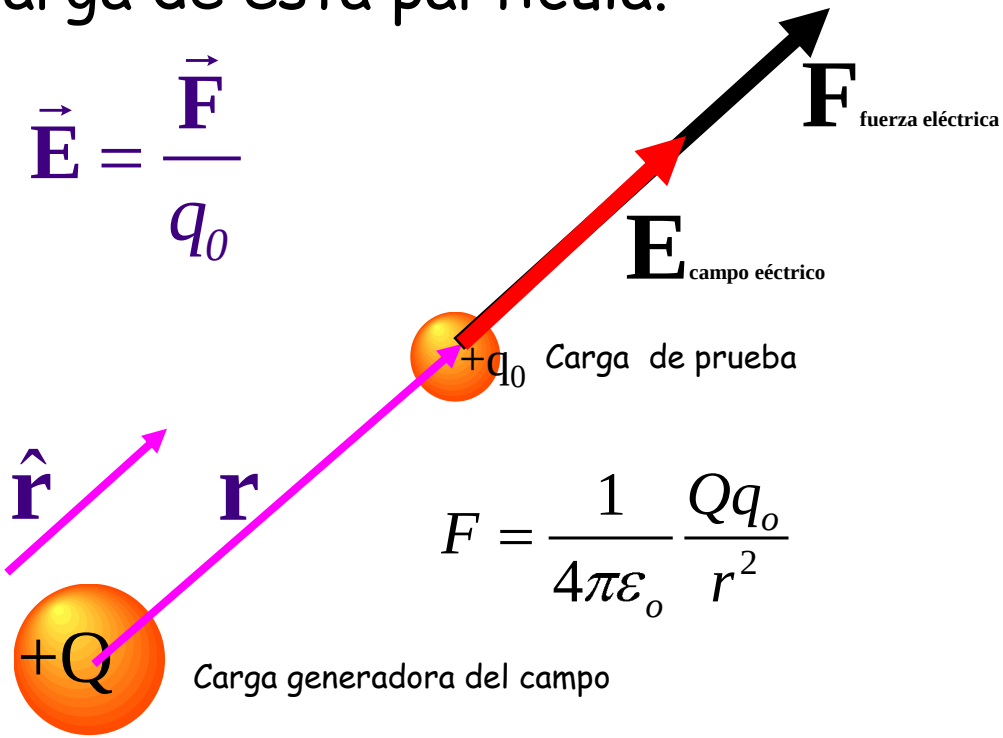
B. Cambia su dirección.

C. Cambia de tal forma que no puede ser determinado.

Campo Eléctrico de una Partícula

•El campo Eléctrico, E, es definido como la fuerza actuando sobre una partícula de prueba cargada, dividida por la carga de esta partícula.

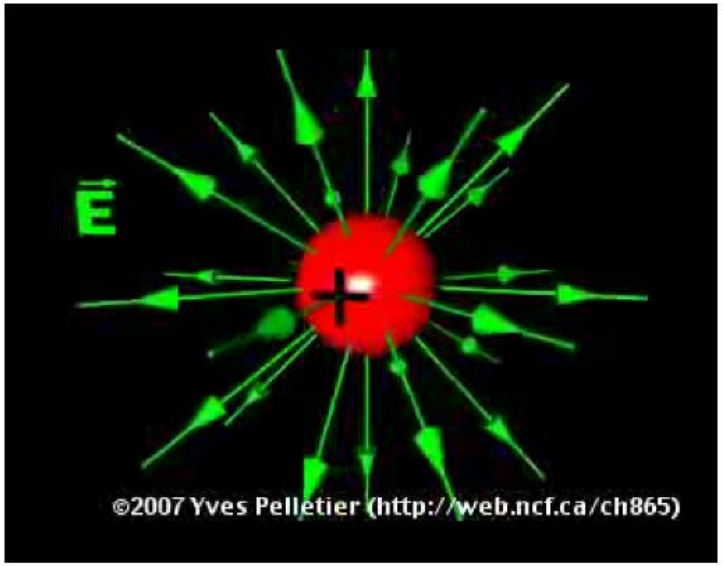
$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{q_0}$$



$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Qq_o}{r^2}$$

•El campo eléctrico de una partícula es

$$\boxed{\vec{\mathbf{E}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\mathbf{r}^2}\hat{\mathbf{r}}}$$



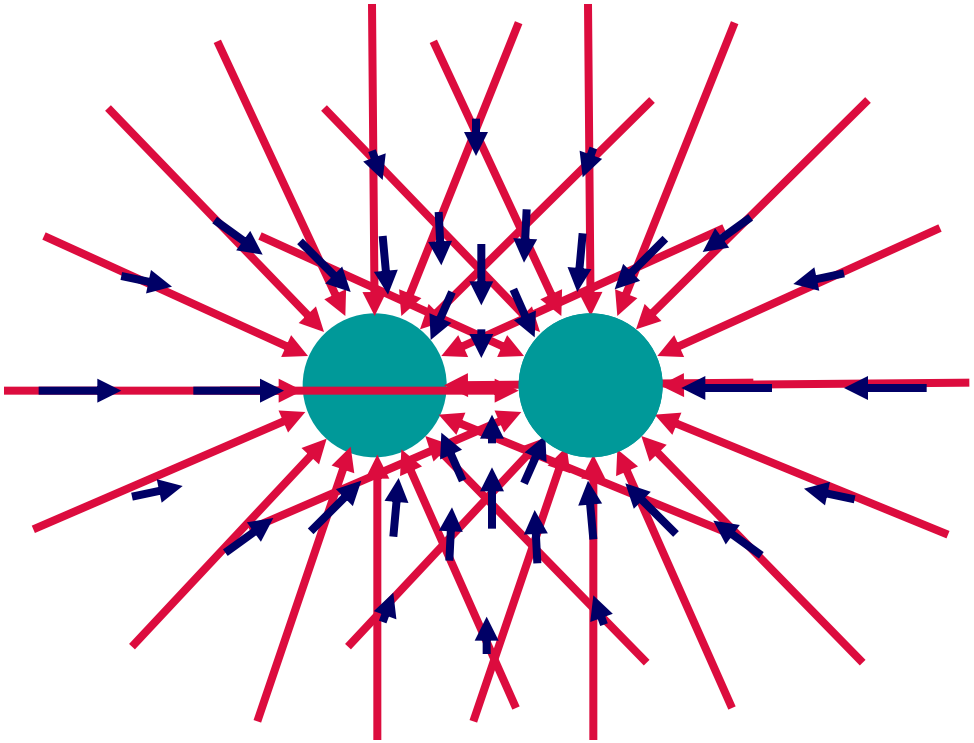
Esta expresión del campo E, es válida también para puntos fuera de esferas con carga distribuidas de manera uniforme.

Campo Eléctrico Debido a un Grupo de Cargas Puntuales: Principio de Superposición

$$\vec{F}_0 = \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} + \ldots + \vec{F}_{0n}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0} = \frac{\vec{F}_{01}}{q_0} + \frac{\vec{F}_{02}}{q_0} + \ldots + \frac{\vec{F}_{0n}}{q_0}$$

$$= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n$$

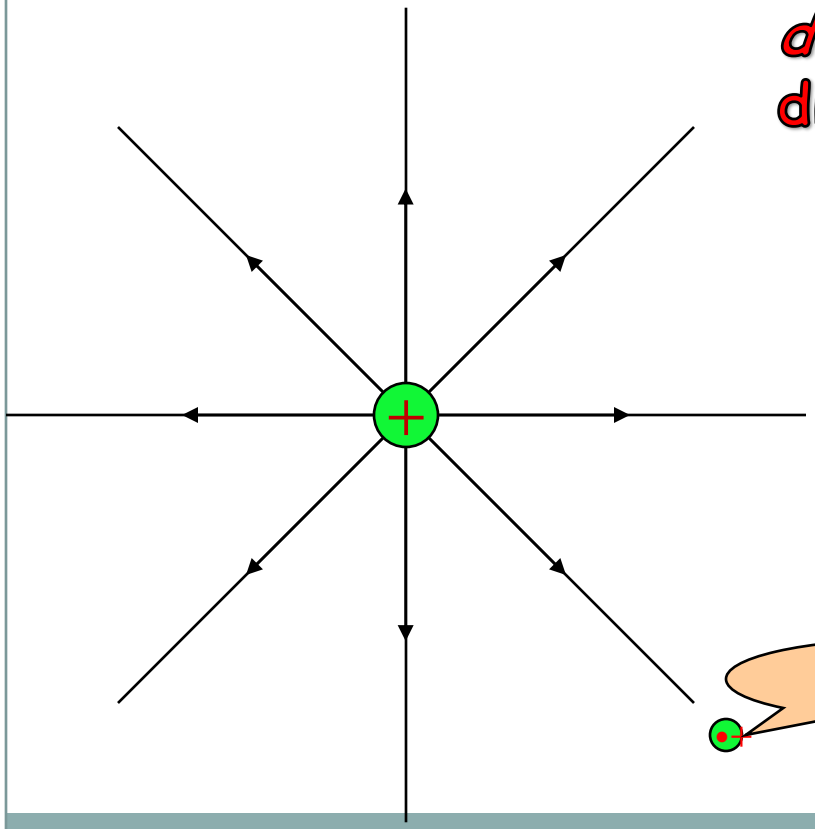


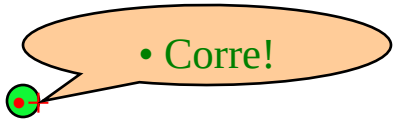
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

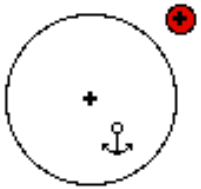
Líneas de Campo Eléctrico

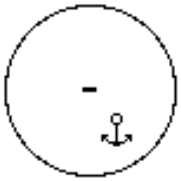
- Podemos pensar que la fuerza eléctrica establece un "campo" que le dice a las partículas en qué camino moverse y con qué rapidez.

- **las "líneas de campo eléctrico" le *dicen* a una carga positiva en qué dirección moverse.**

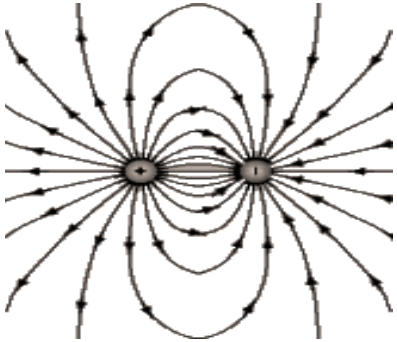




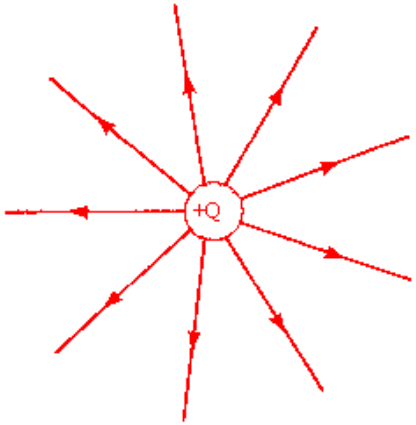


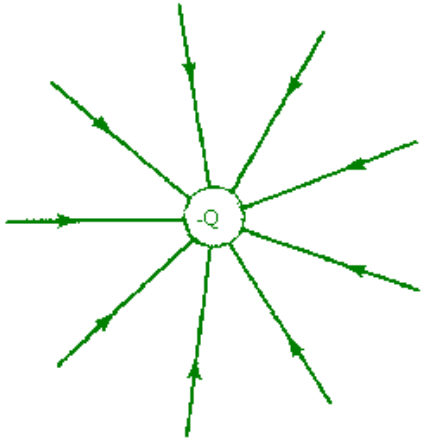


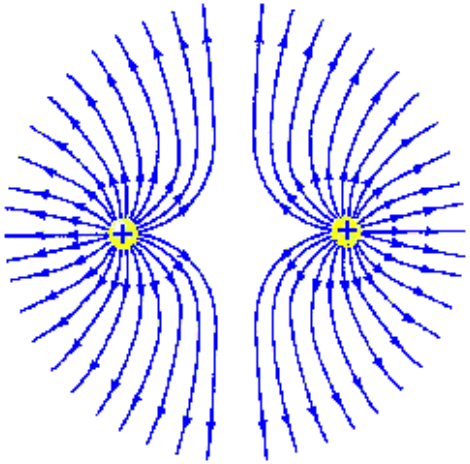
©1998 Science Joy Wagon

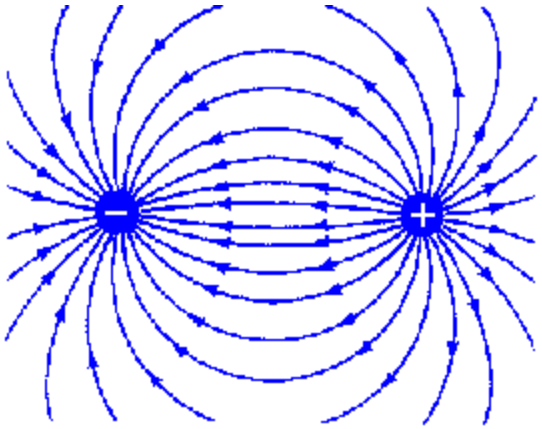


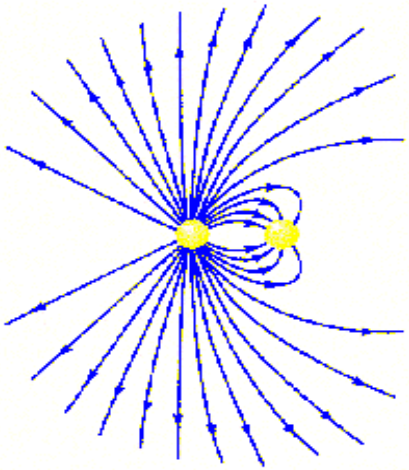
las "líneas de campo eléctrico" le *dicen* a una carga positiva en qué dirección moverse.





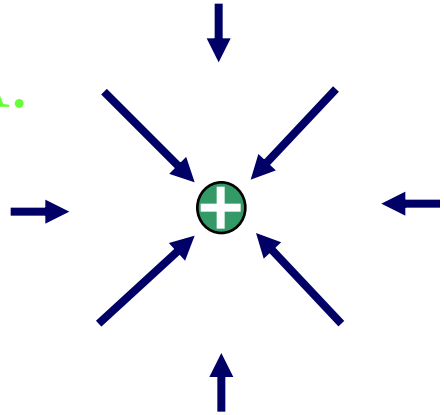




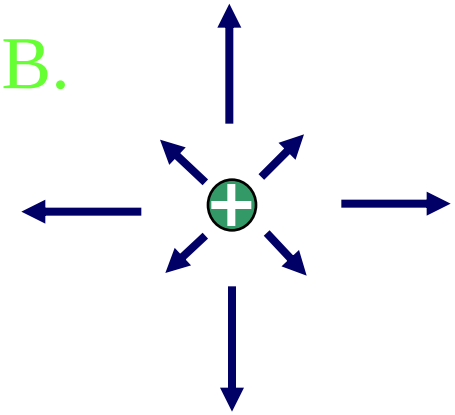


¿Cuál de los diagramas puede ser considerado correcto para la fuerza eléctrica sobre una carga de prueba positiva, debido a una carga puntual?

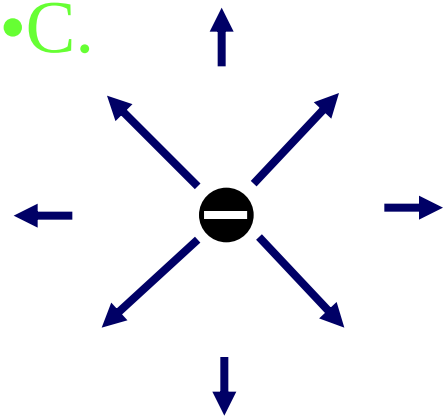
•A.



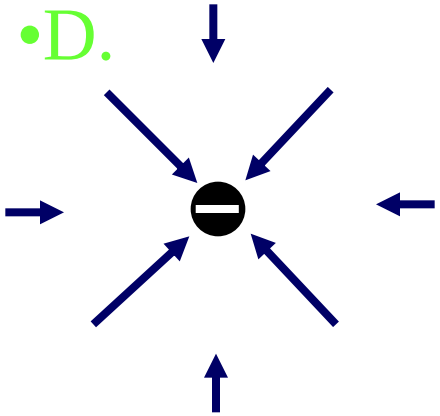
•B.



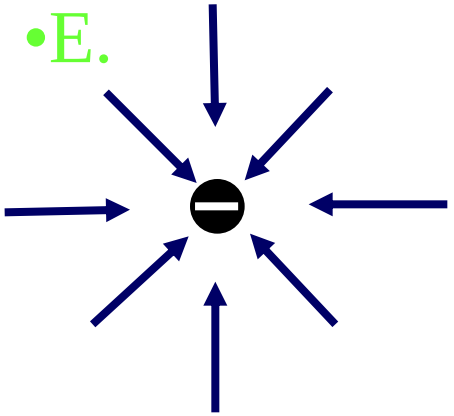
•C.



•D.

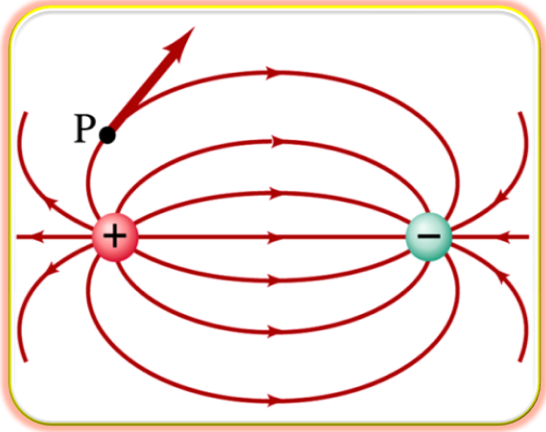


•E.



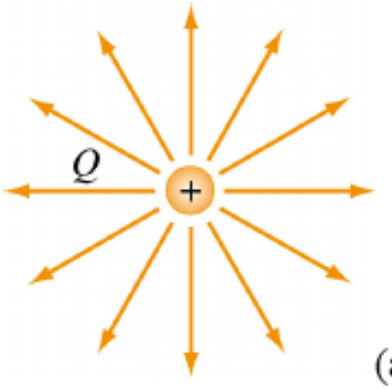
Características de las Líneas de Campo Eléctrico

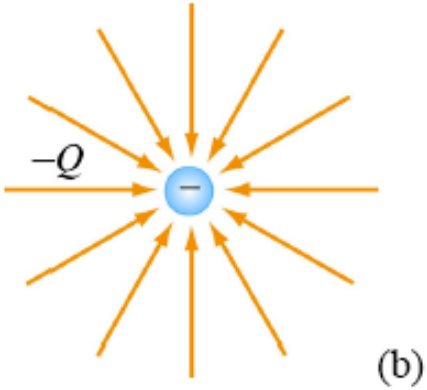
- E es tangencial a la línea.

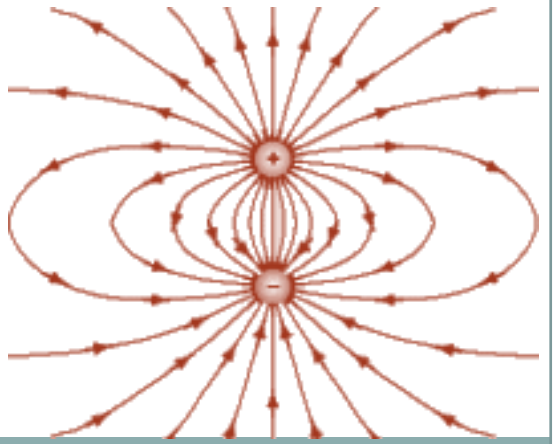


- Nacen en las cargas positivas (o en infinito) y mueren en las cargas negativas (o en infinito).

- Nunca se cruzan.



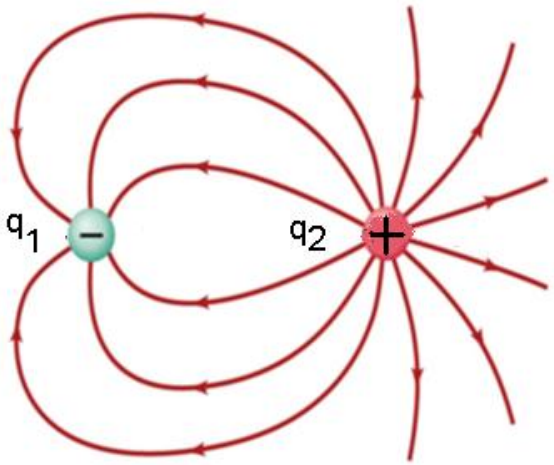




Características de las Líneas de Campo Eléctrico

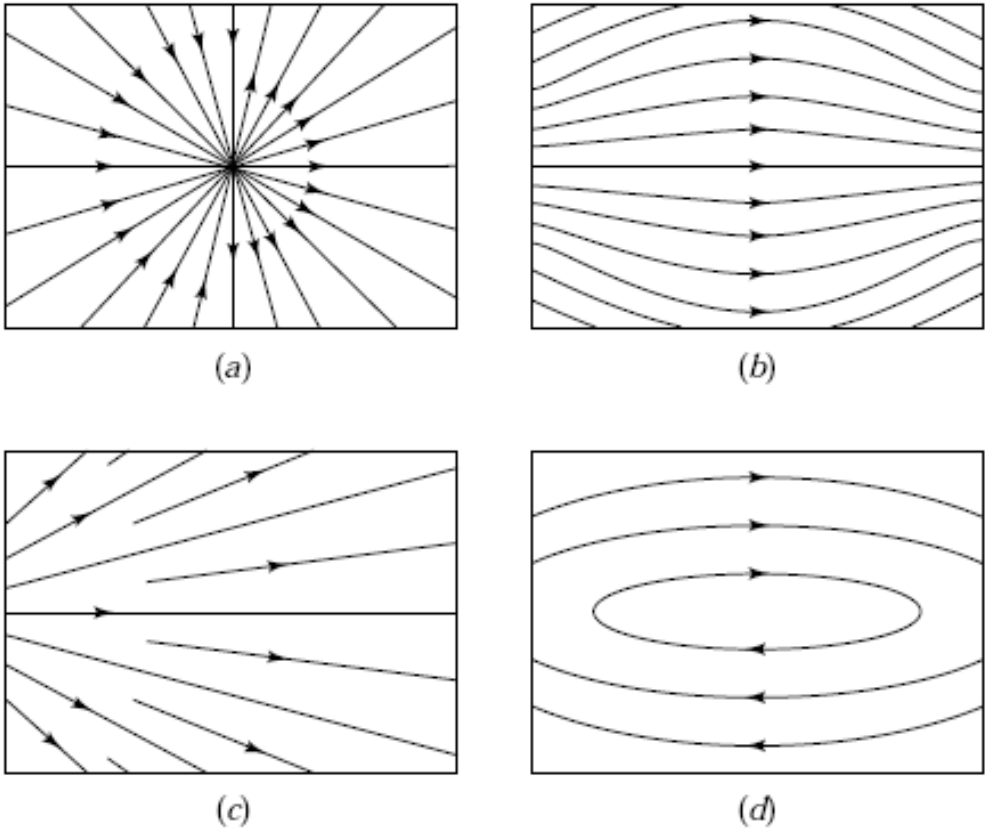
- La magnitud de E es directamente proporcional a la densidad de líneas. (Líneas cercanas implica campo intenso.)

- El número de líneas que nacen o mueren en una carga es proporcional a la magnitud de la carga.



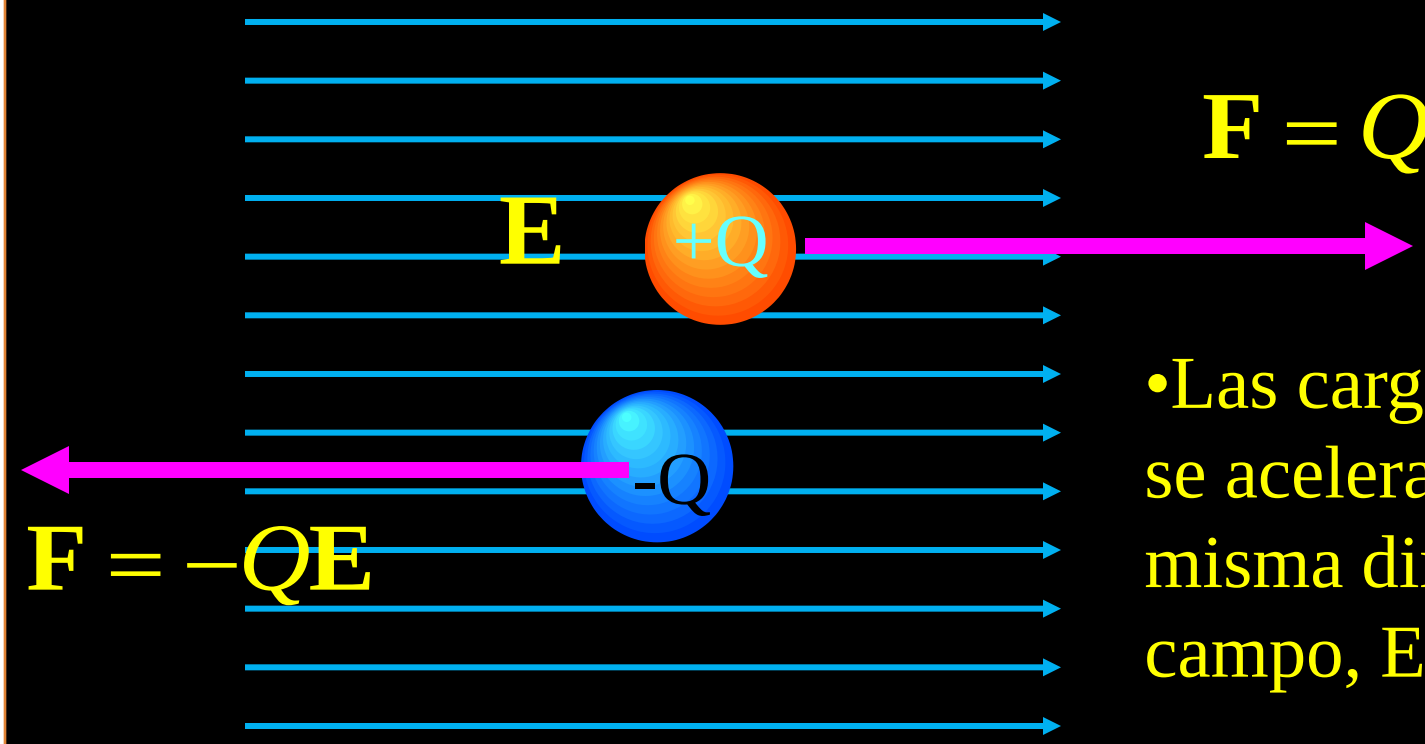
Consider the four field patterns shown. Assuming there are no charges in the regions shown, which of the patterns represent(s) a possible electrostatic field:

1. (*a*)
2. (*b*)
3. (*b*) and (*d*)
4. (*a*) and (*c*)
5. (*b*) and (*c*)
6. some other combination
7. None of the above.



Partícula cargada en un campo eléctrico UNIFORE

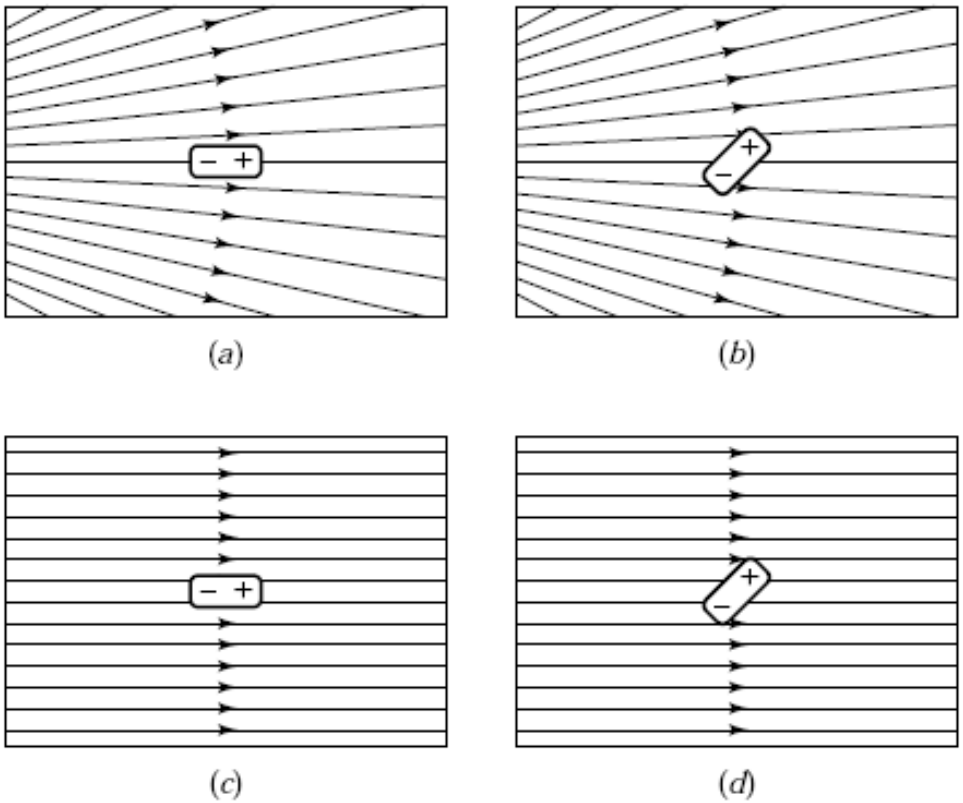
•Usando el campo para determinar la fuerza



$$\mathbf{F} = Q\mathbf{E}$$

•Las cargas positivas se aceleran en la misma dirección del campo, E, externo

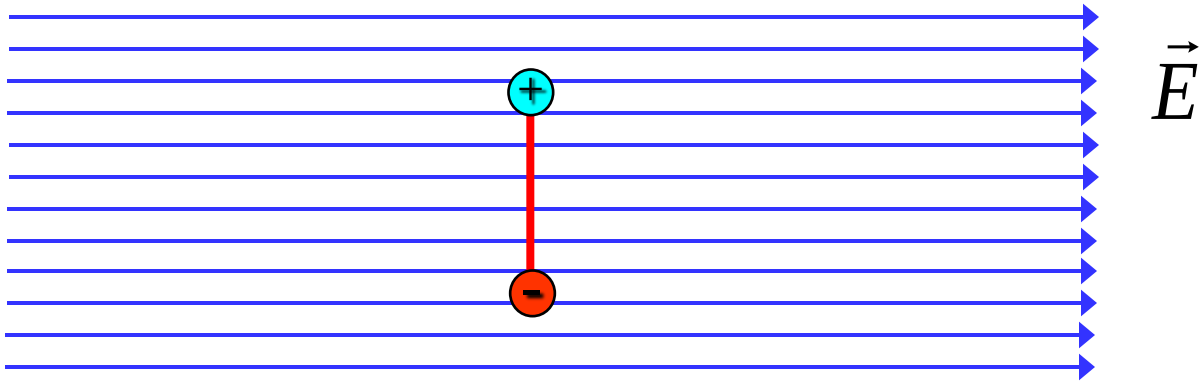
•An electrically neutral dipole is placed in an external field. In which situation(s) is the net force on the dipole zero?



1. (*a*)
2. (*c*)
3. (*b*) and (*d*)
4. (*a*) and (*c*)
5. (*c*) and (*d*)
6. some other combination
7. none of the above

Pregunta de concepto

- Un dipolo es un conjunto de dos cargas opuestas separadas una determinada distancia
- El dipolo es colocado en un campo eléctrico uniforme como se muestra:



El torque neto sobre el dipolo es:

A) cero

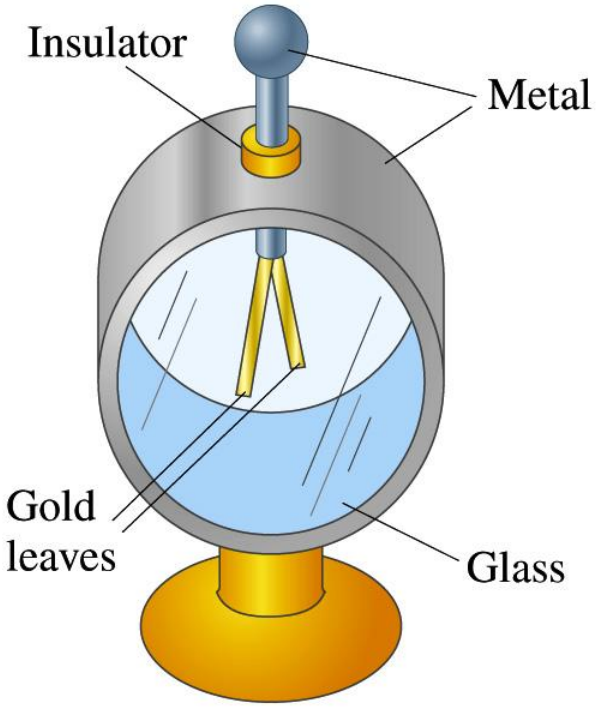
B) horario

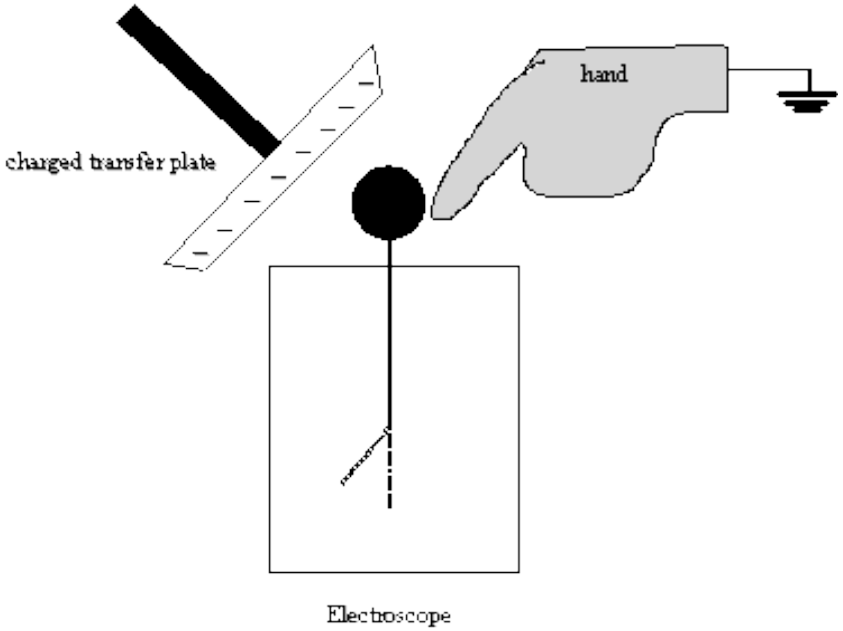
C) anti-horario

D) entrando a la página

E) saliendo de la página

Un electroscopio esta inicialmente cargado positivamente. Un plato con carga negativa se acerca al electroscopio sin hacer contacto y sin que salten chispas. Una persona, la que se encuentra conectada a tierra, toca brevemente la esfera conductora del electroscopio. La mano luego se retira. Después de que la mano se retira, el plato también es alejado. Indique cuál es el estado final de las láminas del electroscopio , esto es, la carga y si las láminas se juntan o se separan





Actividad:

•La figura muestra la trayectoria de una partícula cargada negativamente, 1, a través de una región rectangular de un campo eléctrico uniforme; la partícula es desviada hacia la parte superior de la página.

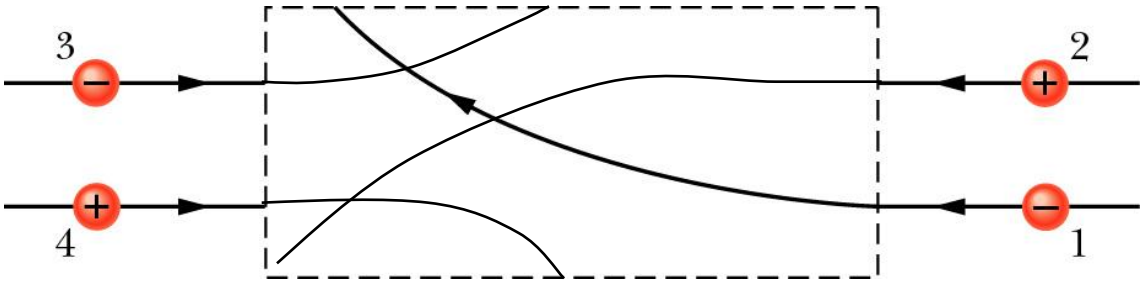
- ¿Cómo está dirigido el campo eléctrico?

A. A la izquierda

B. A la derecha

C. Hacia arriba

D. Hacia abajo

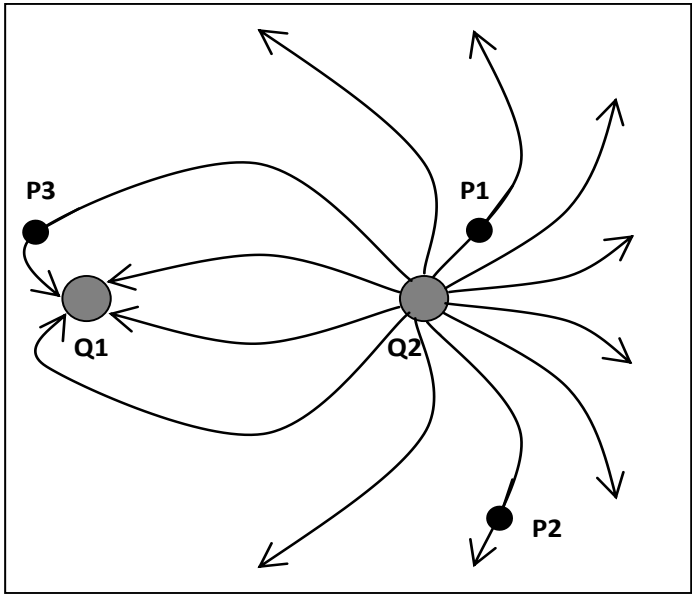


•Three other charged particles are shown approaching the region of electric field.

•Which are deflected towards the top and which towards the bottom?

Dada la siguiente gráfica de líneas de fuerza en la vecindad de las cargas Q_1 y Q_2. ¿Qué es verdad respecto a ubicar una carga negativa en los puntos P_1, P_2, y P_3?

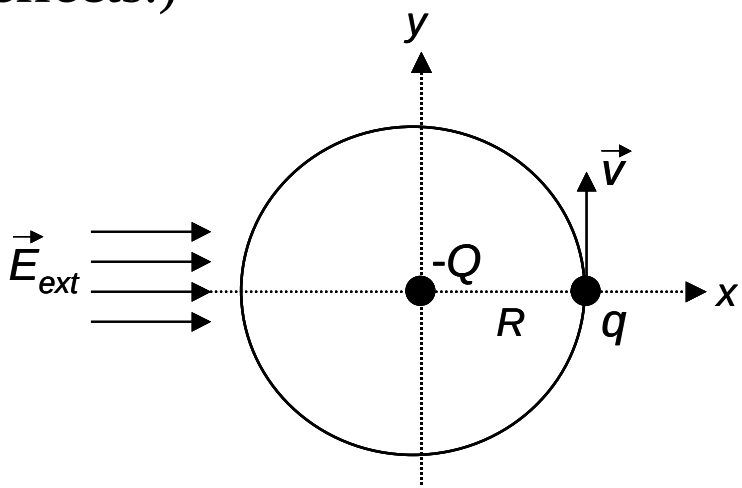
A) La carga experimenta la máxima aceleración al ubicarla en el punto P_3.
B) La carga experimenta la misma aceleración (magnitud) en los puntos P_1 y P_3.
C) La aceleración de la carga en el punto P_2 apunta radialmente hacia la carga Q_2.
D) la carga experimenta la máxima aceleración al ubicarla en el punto P_1.



A particle of mass m and charge q moves with velocity v around charge $-Q$, which is fixed at the origin. An external uniform electric field E_{ext} points in the x-direction and can be turned on and off. Initially $E_{ext} = 0$ and the particle moves in uniform circular motion around charge $-Q$. (Neglect all gravitational effects.)

For $E_{ext} = 0$, calculate the magnitude of the velocity of the particle:

a. $|v| = 36.7$ m/s
b. $|v| = 26.0$ m/s
c. $|v| = 82.2$ m/s

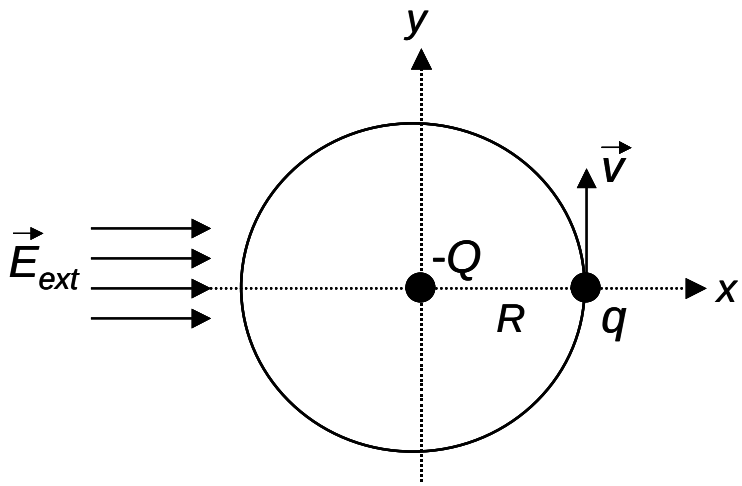


m = 2 grams
q = 3 μC
Q = 5μC
R = 10 cm

PREGUNTA DE CONCEPTO

As the particle crosses the positive x-axis as shown, an electric field. E_{ext} = 6.8 x 10^6 N/C is turned on. Which of the following is true?

A) The particle crosses the y-axis
B) The particle turns to the right
C) The particle go straight up in y+ direction



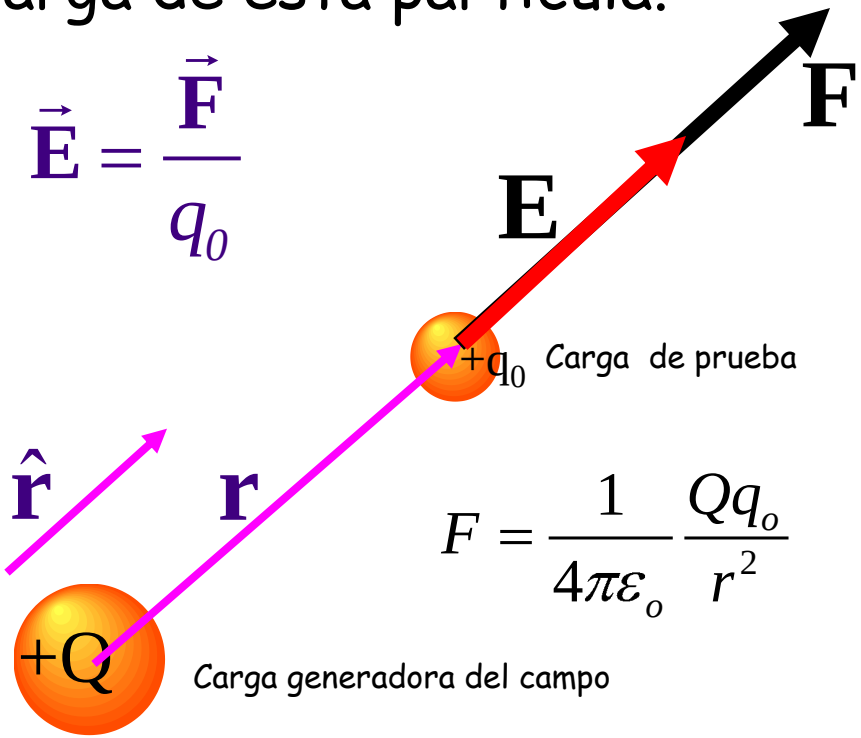
m = 2 grams
q = 3 μC
Q = 5μC
R = 10 cm

CÁLCULO DE CAMPOS ELÉCTRICOS DE PARTÍCULAS

Campo Eléctrico de una Partícula

•El campo Eléctrico, E, es definido como la fuerza actuando sobre una partícula de prueba cargada, dividida por la carga de esta partícula.

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{q_0}$$

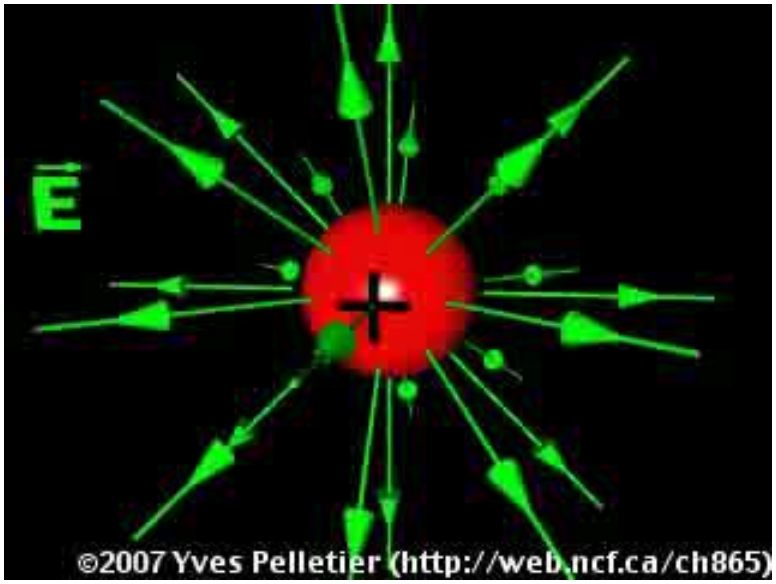


$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Qq_o}{r^2}$$

Esta expresión del campo E, es válida también para puntos fuera de esferas con carga distribuidas de manera uniforme.

•El campo eléctrico de una partícula es

$$\boxed{\vec{\mathbf{E}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\mathbf{r}^2}\hat{\mathbf{r}}}$$



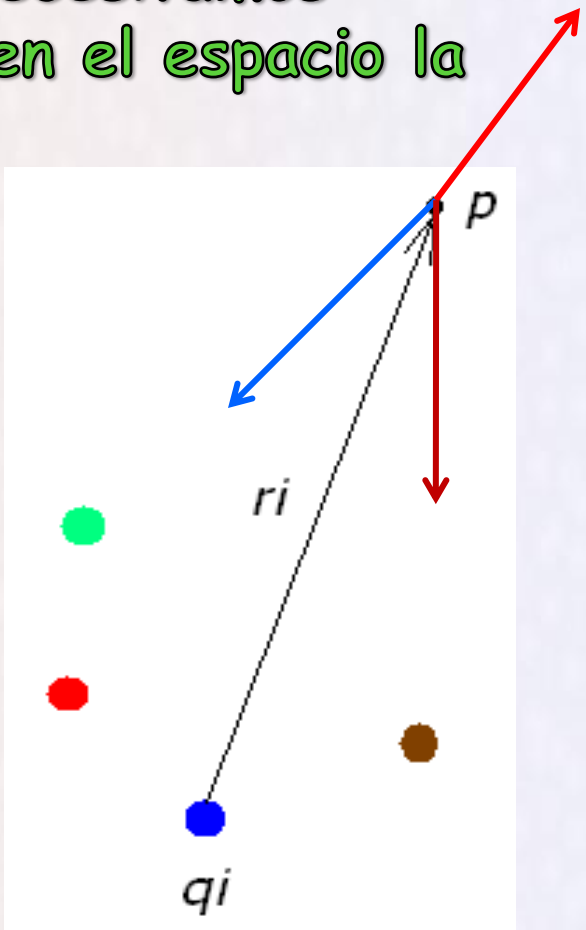
EL CÁLCULO DEL CAMPO ELÉCTRICO DE VARIAS PARTÍCULAS

- Para calcular esta cantidad, necesitamos conocer cómo está distribuida en el espacio la carga que genera el campo

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum \frac{q_i}{r_i^2}\hat{r}_i$$

Suma Vectorial

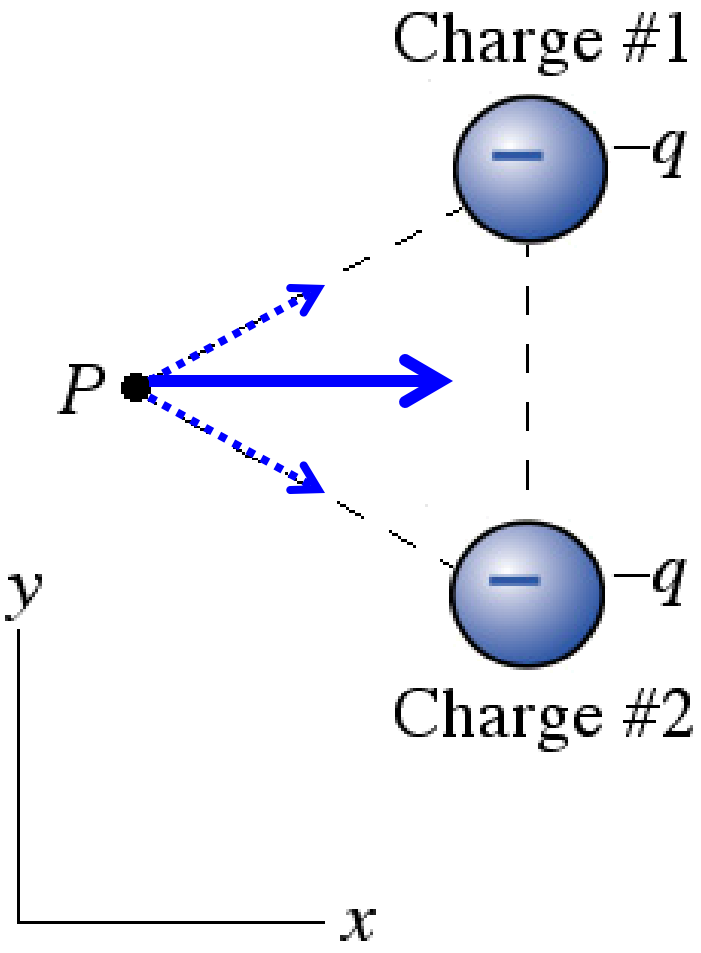
Colección de Cargas Puntuales



Pregunta de concepto

Dos cargas puntuales se encuentran sobre el lado vertical de un triángulo equilatero como se muestra. Las dos cargas puntuales tienen la misma carga negativa ($-q$).

El campo eléctrico neto que las Cargas #1 y #2 producen en el punto P



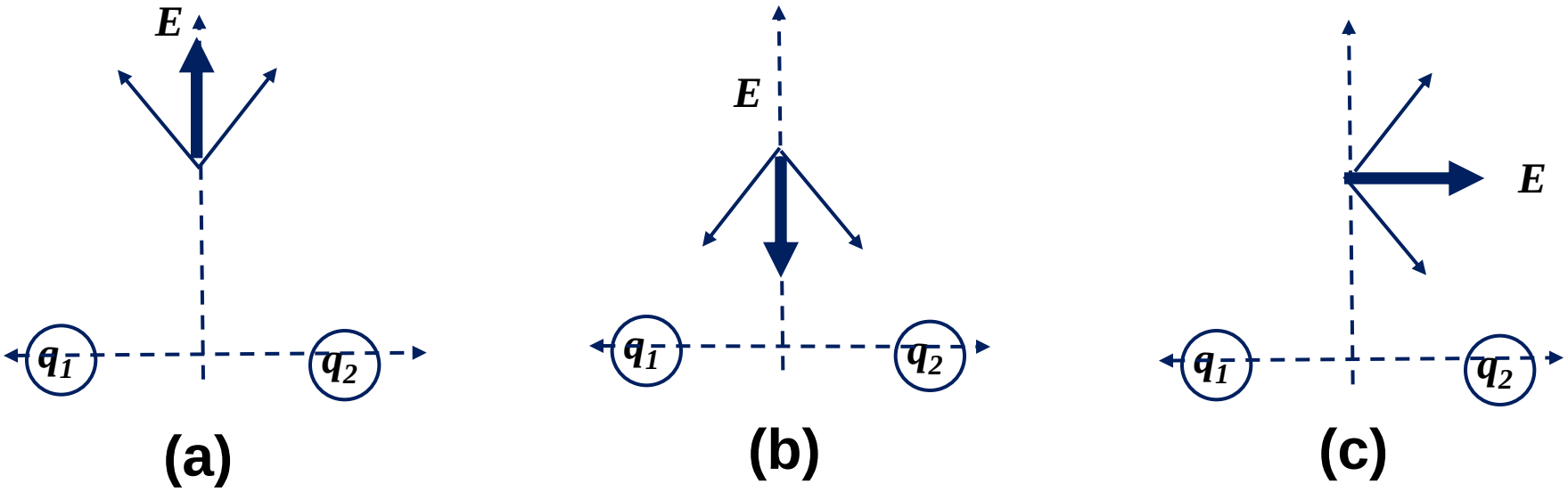
A. is in the $+x$ direction

B. is in the $-x$ direction

C. is in the $+y$ direction

D. is in the $-y$ direction

E. none of the above



(a) Las dos cargas q_1 y q_2 son positivas

(b) Las dos cargas q_1 y q_2 son negativas

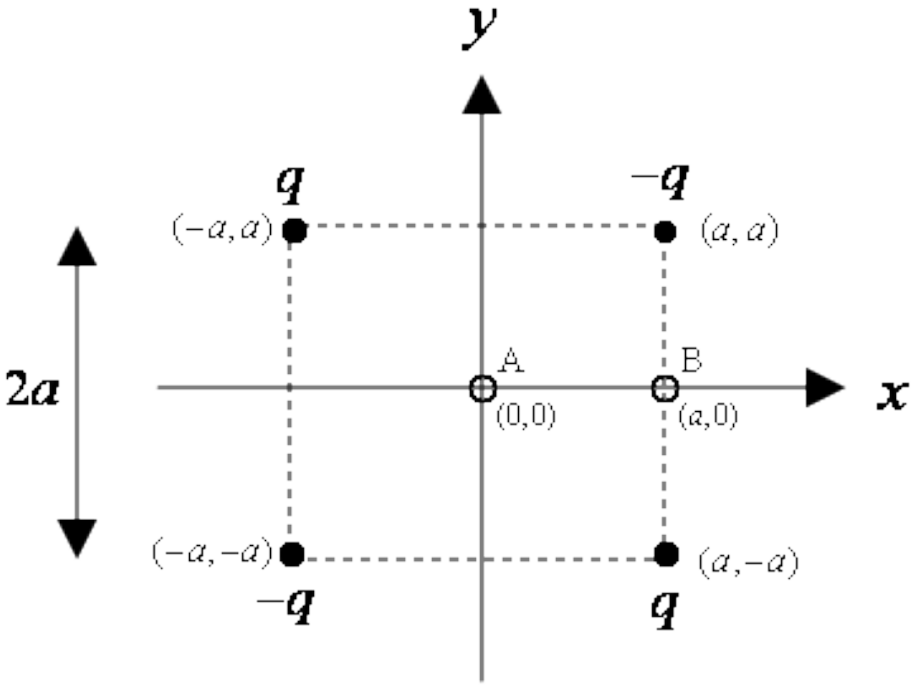
(c) La carga q_1 es positiva y q_2 es negativa

•¿Qué pasaría con la aceleración de un electrón al ser colocado y luego liberado en un punto ubicado a la mitad de la distancia entre las cargas?

PREGUNTA DE CONCEPTO

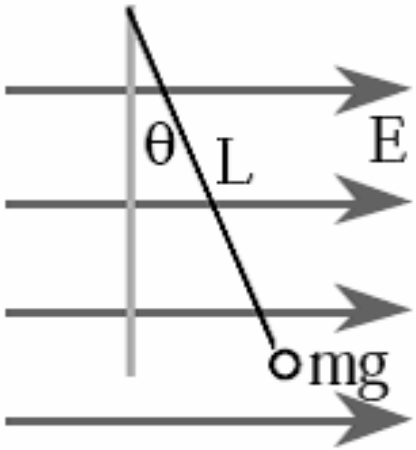
Four charges are placed at the corners of a square of sides $2a$. Let a = 3 m and q = 2 μC. At point B, located at $(x,y) = (a,0)$, what is the direction of the electric field, $\boldsymbol{E_B}$?

(a) $\boldsymbol{E_B}$ is pointing towards positive x.
(b) $\boldsymbol{E_B}$ is pointing towards negative x.
(c) $\boldsymbol{E_B}$ is pointing towards positive y.
(d) $\boldsymbol{E_B}$ is pointing towards negative y.
(e) $\boldsymbol{E_B}$ is zero.



Actividad:

Un objeto pequeño con carga q y peso mg es atado a uno de los extremos de una cuerda de longitud L. El otro extremo es unido a un soporte estacionario. El sistema es colocado en un campo eléctrico uniforme y horizontal E, como se muestra en la figura. En la presencia del campo, la cuerda hace un ángulo constante θ con la vertical. ¿Cuál es la magnitud y signo de la carga q?



A. positiva con magnitud $\frac{mg}{E}$

B. positiva con magnitud $\frac{mg}{E}\tan\theta$

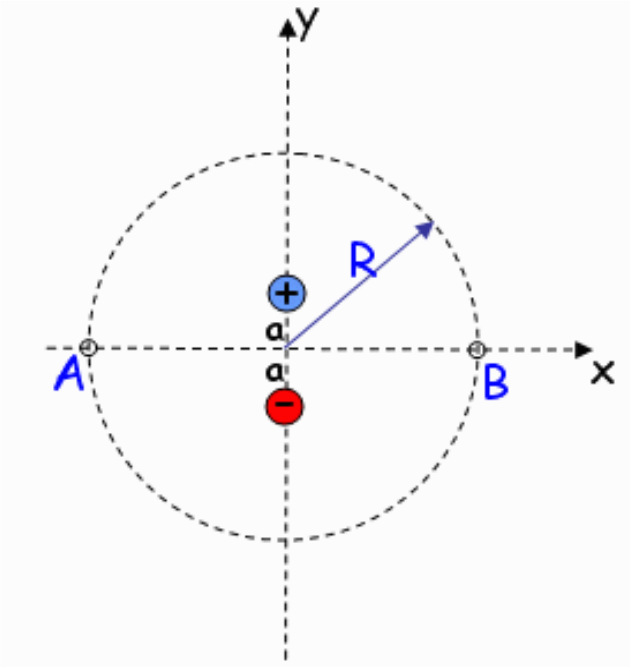
C. negativa con magnitud $\frac{mg}{E}$

D. negativa con magnitud $\frac{mg}{E}\tan\theta$

E. negativa con magnitud $\frac{E}{mg}\tan\theta$

PREGUNTA DE CONCEPTO

Considere el dipolo eléctrico mostrado. ¿Cuál es la dirección del campo eléctrico en los puntos A y B ?



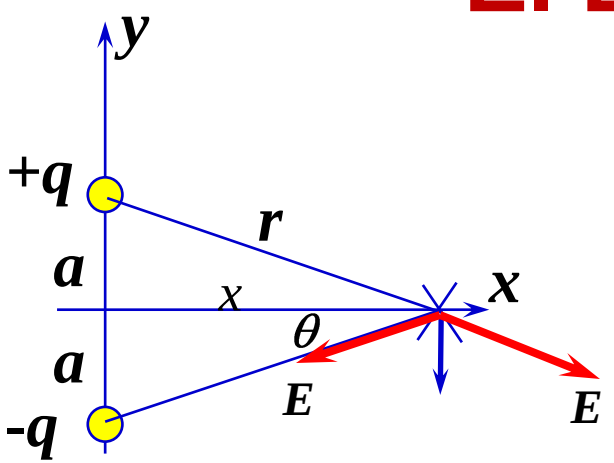
(a) E(A) ↑ E(B) ↓

(b) E(A) ↓ E(B) ↑

(c) E(A) ↑ E(B) ↑

(d) E(A) ↓ E(B) ↓

El Dipolo Eléctrico



¿Cuál es el Campo *E* generado Por este arreglo de cargas?

Cálculo para un punto a lo largo del eje x: (x, 0)

$$E_x = ??$$

Simetría

$$E_x(x,0) = 0$$

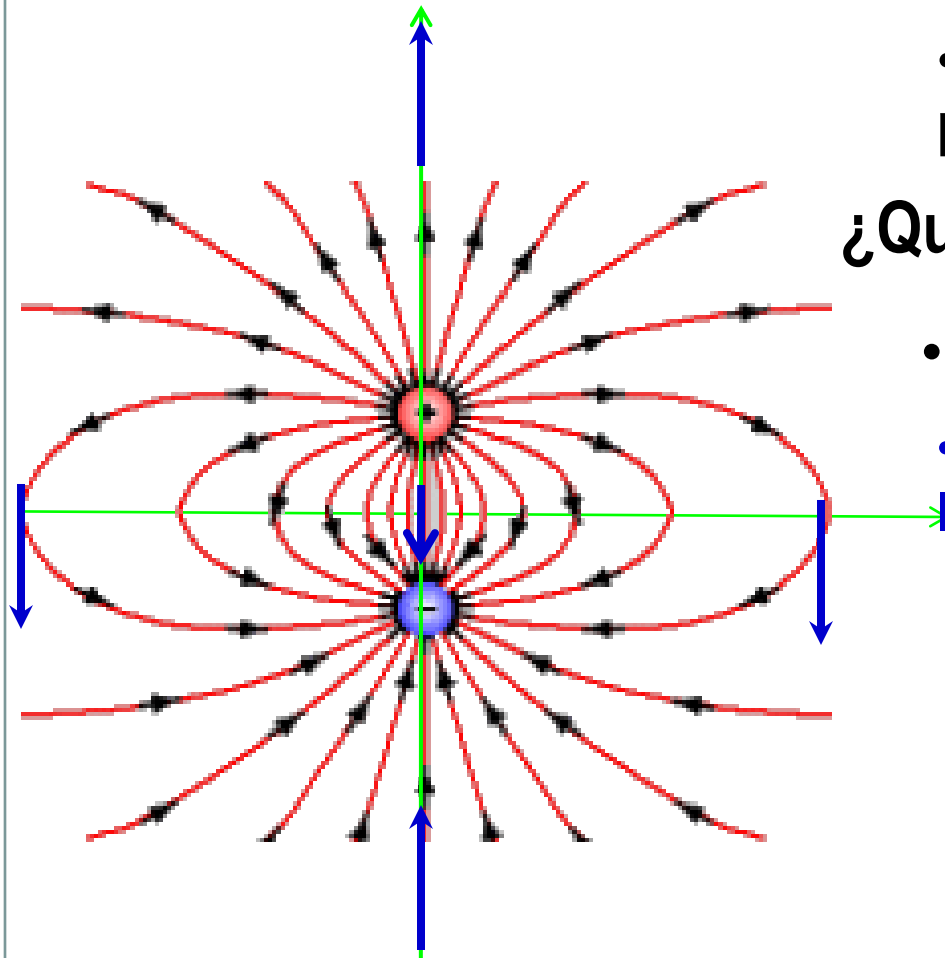
$$E_y = ??$$

$$E_y \quad x,0 \quad = -2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}sen\theta$$

$$sen\theta = \frac{a}{r} \qquad r^2 = x^2 + a^2$$

$$E_y \quad x,0 \quad = -2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\,a}{x^2 + a^2 \quad ^{3/2}}$$

Líneas de Campo del dipolo Eléctrico



- Las líneas salen de la carga positiva y retornan a la negativa

¿Qué podemos observar sobre *E*?

- $E_x(x,0) = 0$
- $E_x(0,y) = 0$
- El campo es más intenso entre las cargas
- Recordemos la expresión para el campo en cualquier punto sobre el eje x:

$$E_y \quad x,0 \;= -2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\,a}{x^2+a^2}^{3/2}$$

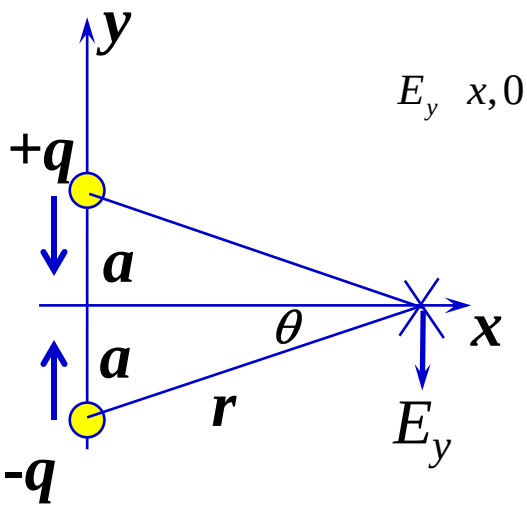
- *2aq = p = momento de dipolo eléctrico*

$$E_y \quad x,0 \;= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{x^2+a^2}^{3/2}$$

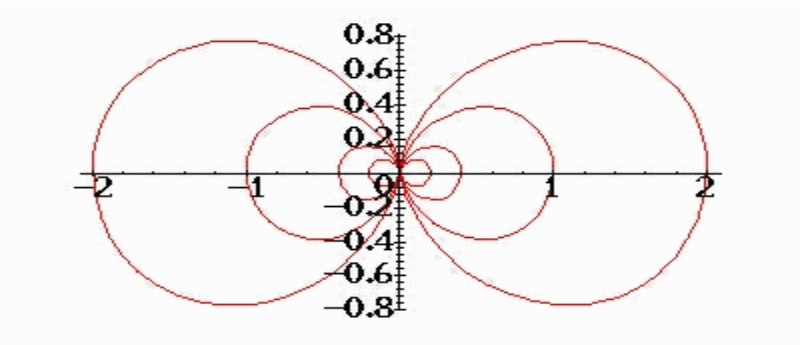
... para $r >> a$,

$$E_y(x,0) \propto \frac{1}{x^3}$$

El Dipolo Eléctrico: antenas



$$E_y \quad x,0 \;=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{x^2+a^2}^{\;3/2}$$



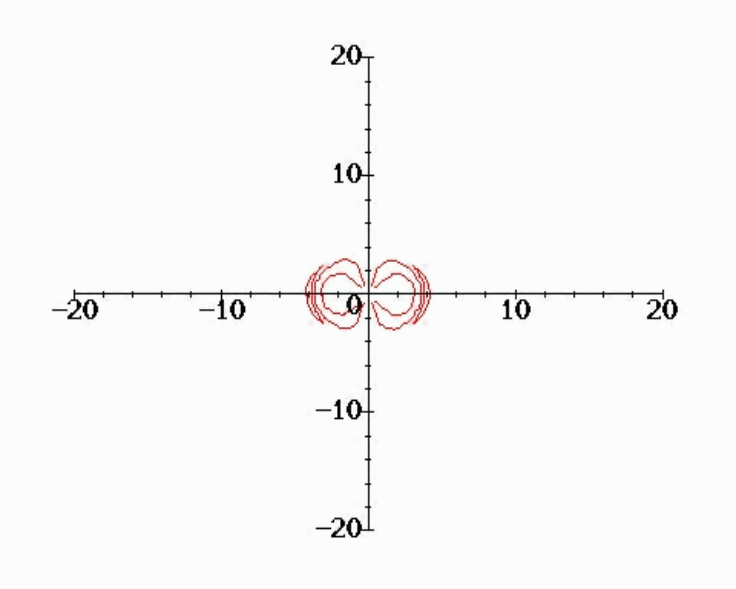
¿Qué pasaría con $\boldsymbol{E_y}$ si las cargas q y - q oscilaran verticalmente, desde el origen, una distancia de $\pm a$?

a) Aumentaría sólo en magnitud

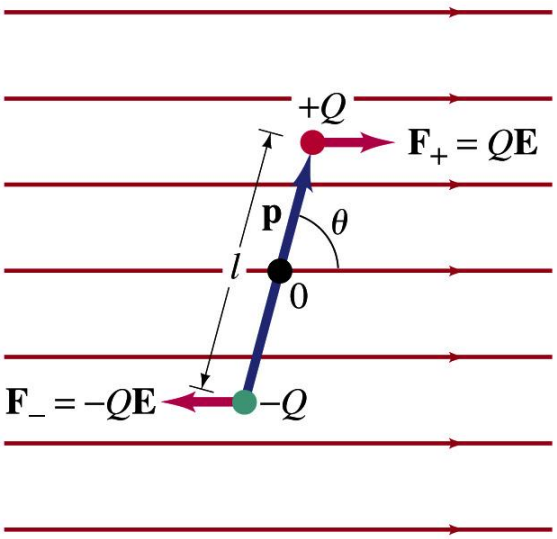
b) Mantiene la magnitud pero cambia de dirección

c) Mantiene la dirección y variaría su magnitud

d) Varía su magnitud y dirección. “Oscila”

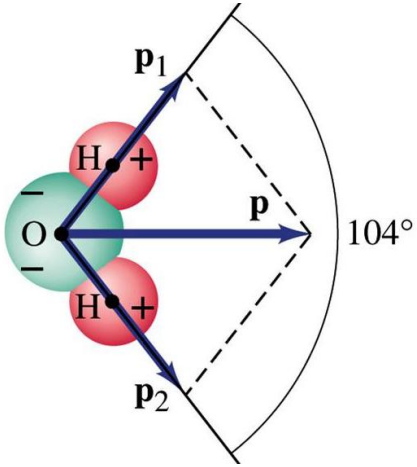


•Dipolo eléctrico en un campo eléctrico uniforme



$$\tau = F\, l\, sen\theta$$

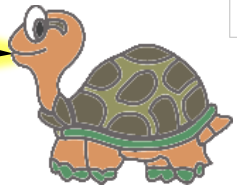
$$\tau = Q\, E\, l\, sen\theta$$

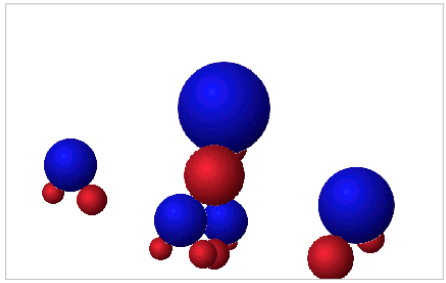


$$\vec{p} = Q\, l\, \hat{l} = Momento\ de\ dipolo\ ele'ctrico$$

$$\tau = p\, E\, sen\theta \qquad \vec{\tau} = \vec{p}\, x\, \vec{E}$$

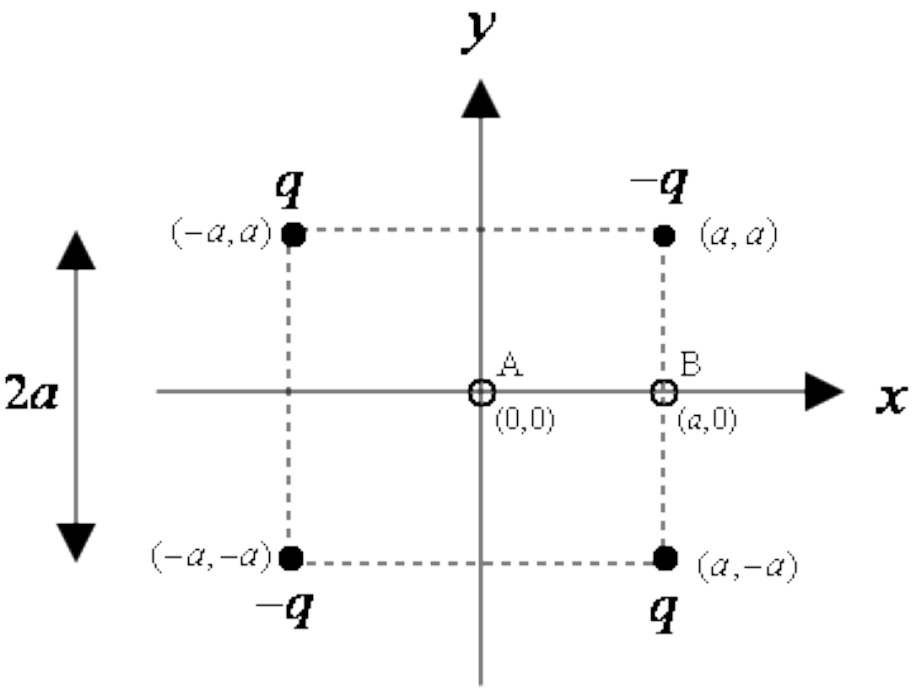
El torque orienta el dipolo, ***p***, en la misma dirección del campo externo



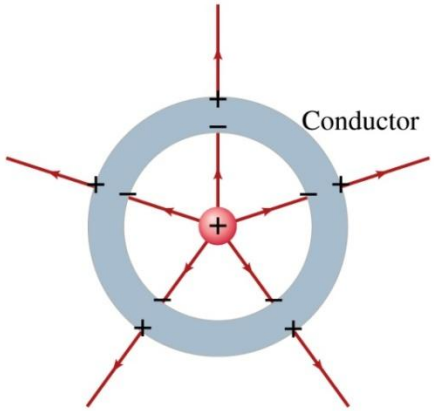


EJEMPLO CLÁSICO DE CAMPO ELÉCTRICO

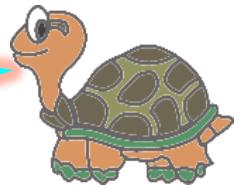
Four charges are placed at the corners of a square of sides $2a$. Let a = 3 m and q = 2 μC. At point B, located at $(x,y) = (a,0)$, what is the magnitude of the electric field, $\boldsymbol{E_B}$?



El Campo Eléctrico y los Conductores

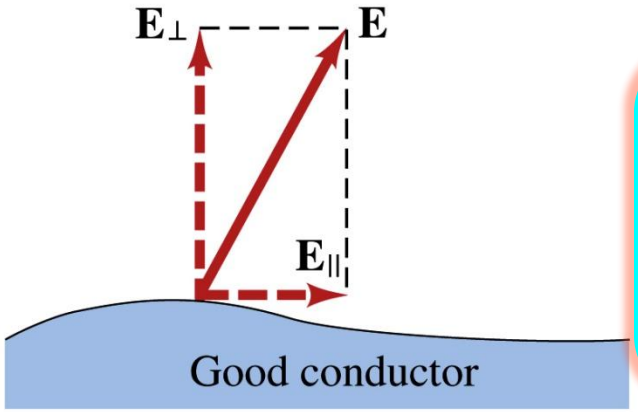


•El campo eléctrico **SIEMPRE** es cero en el interior de un conductor cargado eléctricamente.

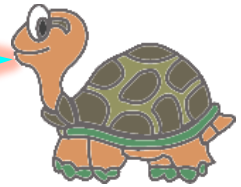


• Si un conductor eléctricamente neutro, se pone en presencia de un campo externo, su neutralidad se mantendrá si el conductor se encuentra aislado.

La carga neta de un conductor siempre se encuentra en su superficie(s)



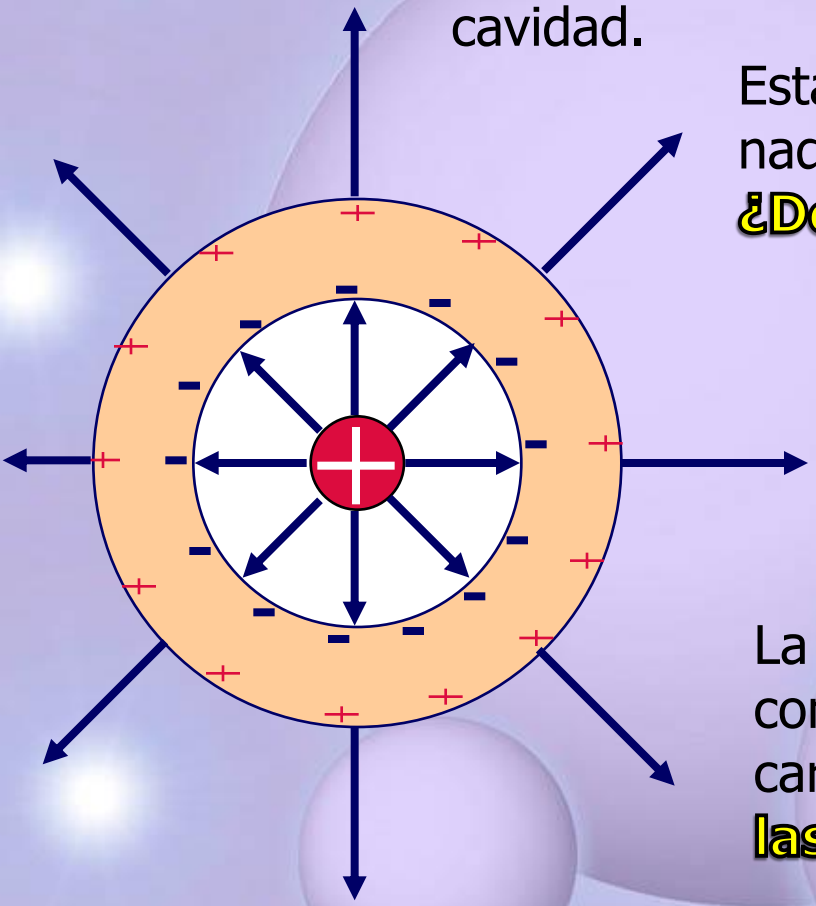
•El campo eléctrico es **SIEMPRE** perpendicular a la superficie de un conductor cargado eléctricamente.



VER ANIMACIÓN

Campo E de una Carga en un Conductor

Esta carga negativa actúa con la carga en el interior para hacer que el campo se dirija radialmente en el interior de la cavidad.



Esta carga negativa NO puede aparecer de la nada.

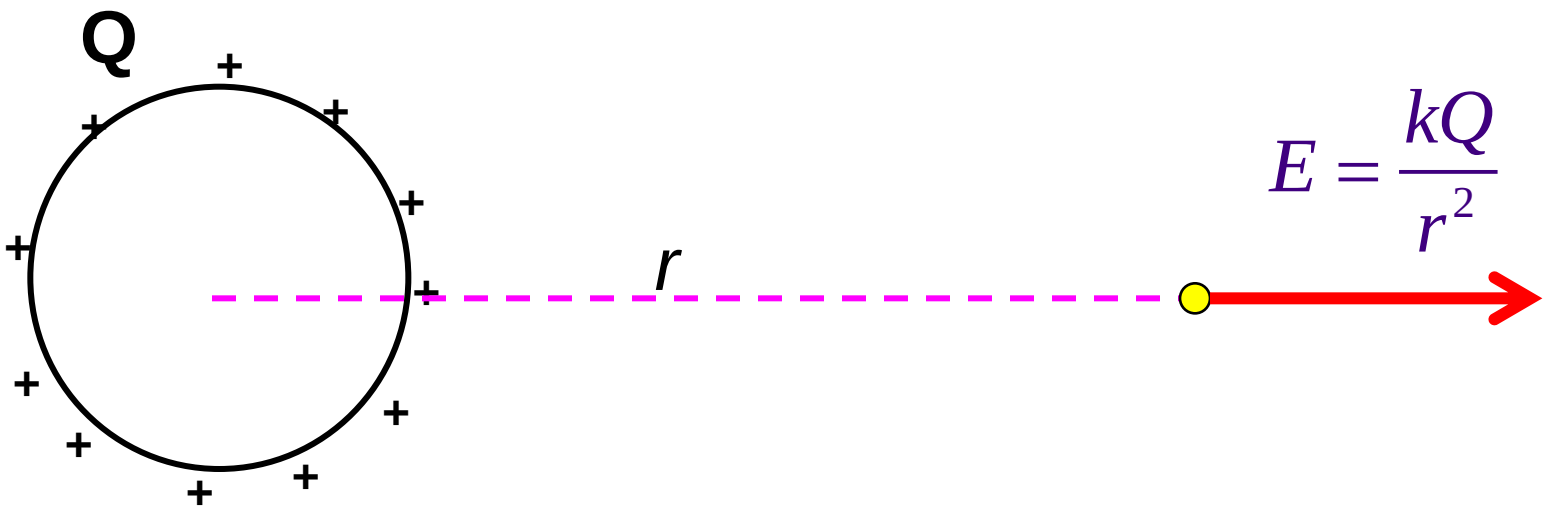
¿De dónde provienen?

Ella viene de la superficie exterior (electrones se desplazan al interior, atraídos por la carga positiva del centro). Por lo tanto, los átomos quedan en la superficie EXTERIOR como iones positivos.

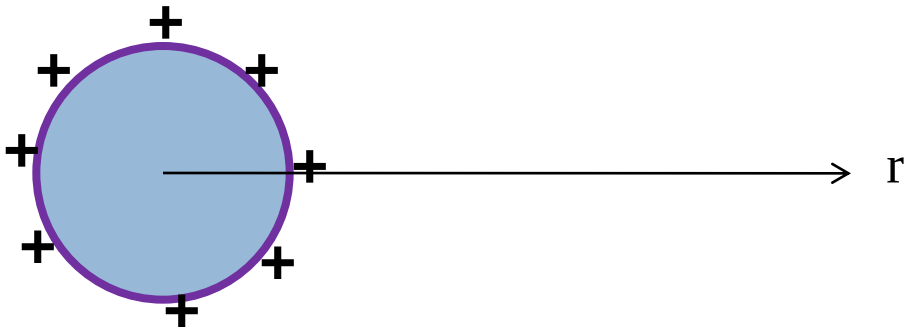
La carga neta positiva que aparece en el conductor es exactamente la misma que la carga del centro, entonces, **¿cómo lucen las líneas de campo?**

Por simetría esférica, la carga positiva en el "cascarón" esférico actúa como una carga puntual ubicada en el centro, por lo tanto **el campo es el mismo de la carga original ubicada en el centro.**

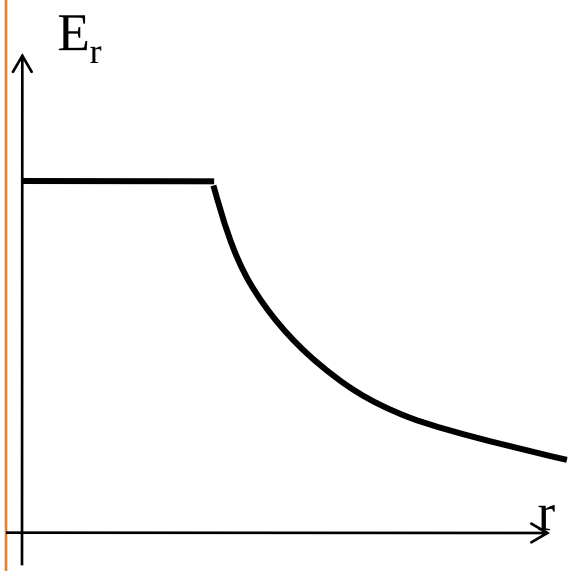
•*Para distribuciones esféricas y uniformes de carga,* ***el campo fuera de ellas*** *se comporta como si la carga estuviera en su centro.*



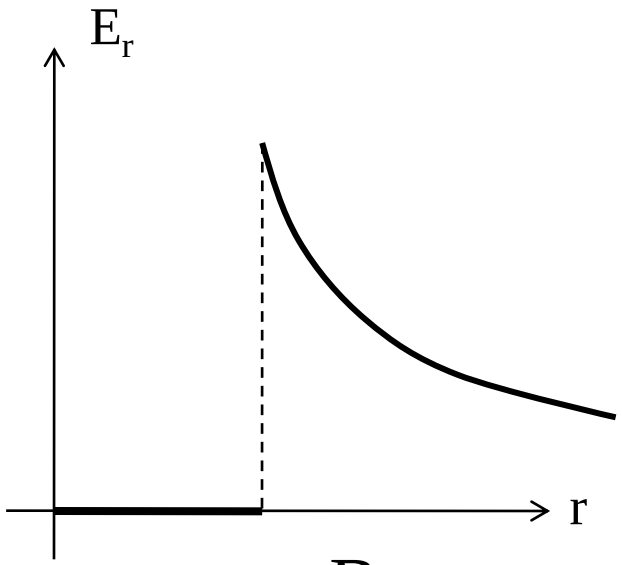
¿Cuál de los siguientes gráficos representa mejor al campo eléctrico en función del radio, medido desde el centro de la esfera?



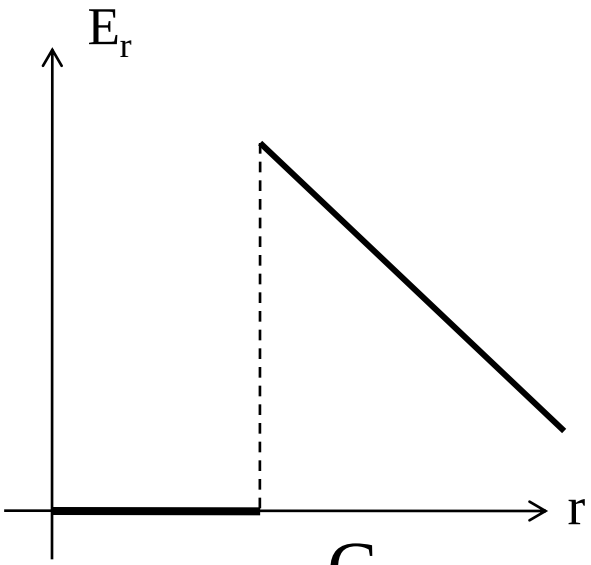
Esfera Conductora



A

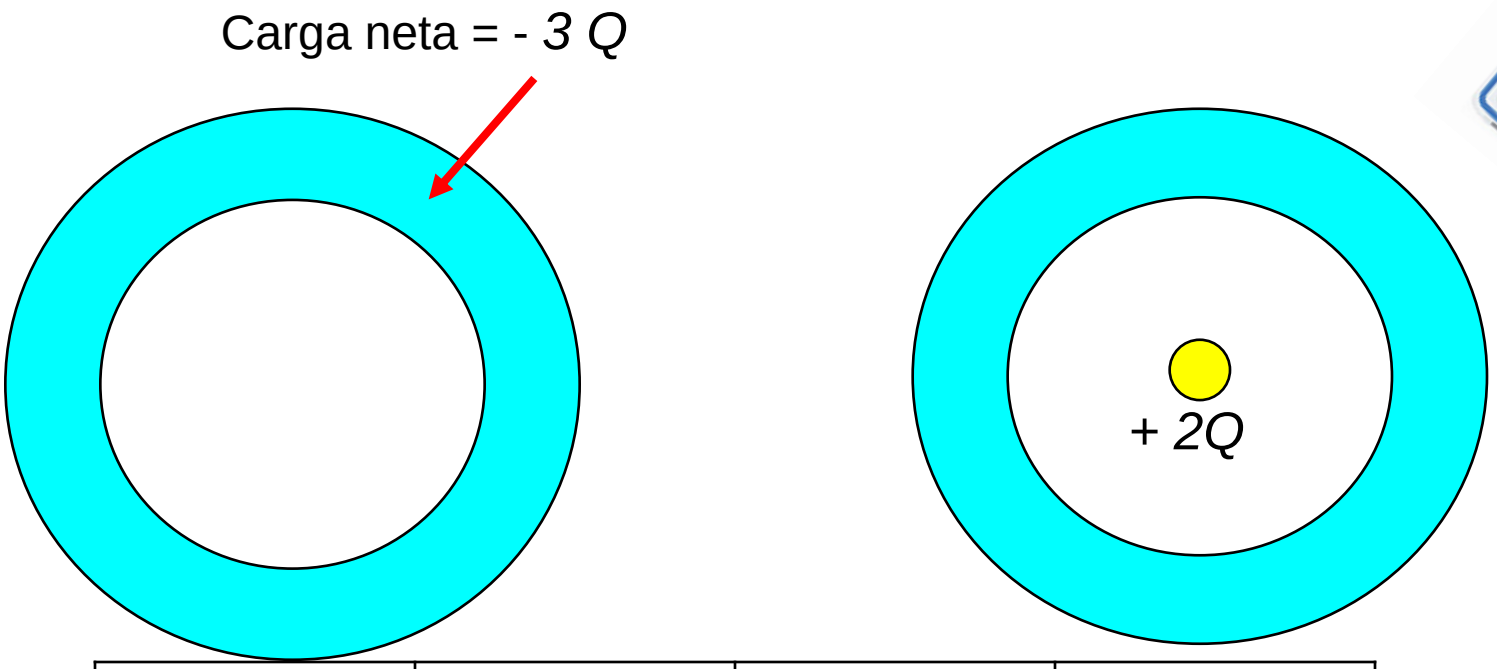


B



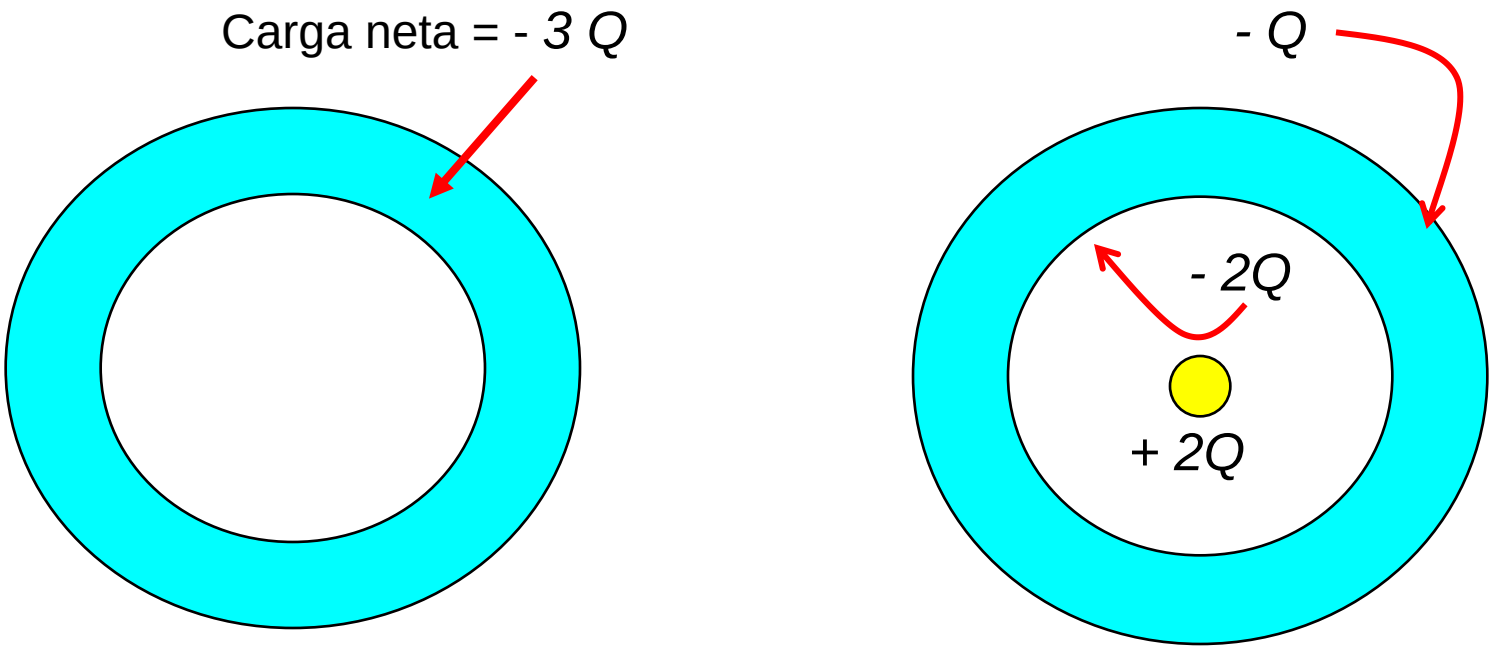
C

El cascarón esférico de la figura tiene una carga neta de – *3Q*. Si se introduce una carga de + *2Q* al interior de la esfera sin hacer contacto con ella. ¿Qué carga eléctrica aparecen finalmente en la superficie interior y exterior del cascarón esférico?

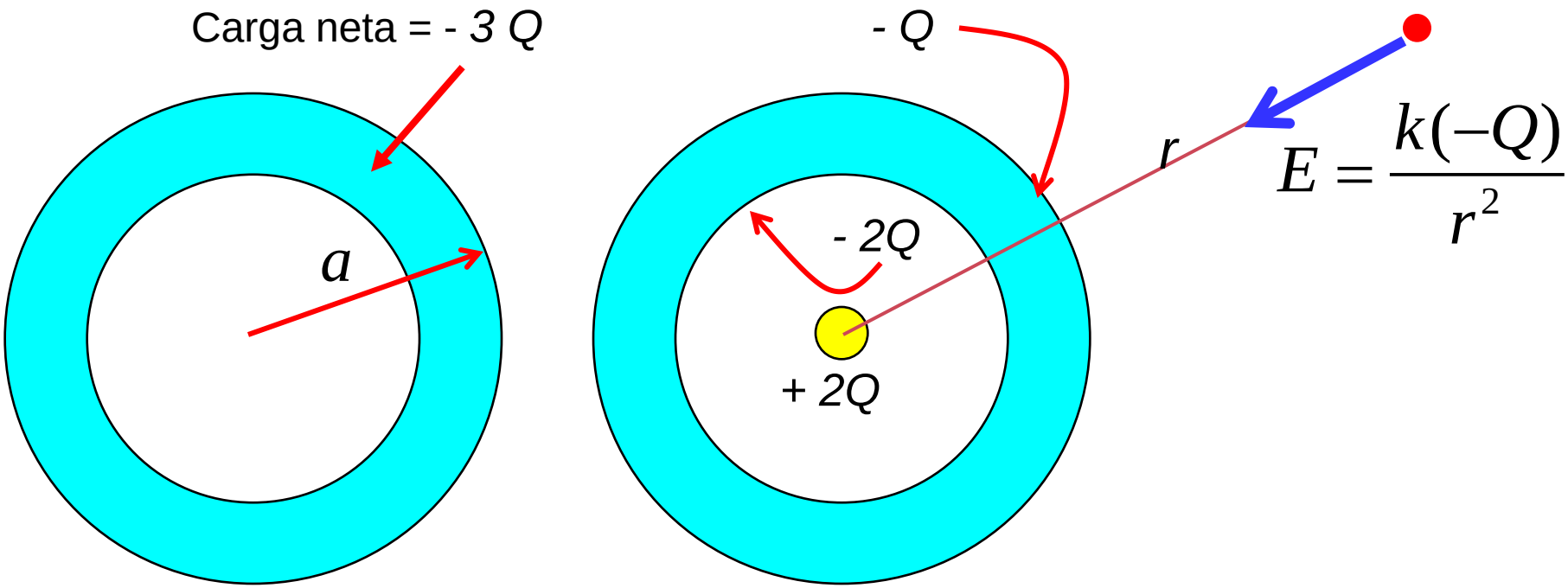


	A	B	C
Q interior	- Q	- 2Q	+ 2Q
Q exterior	- 2Q	- Q	- 3Q

El cascarón esférico de la figura tiene una carga neta de – *3Q*. Si se introduce una carga de + *2Q* al interior de la esfera sin hacer contacto con ella. ¿Qué carga eléctrica aparecen finalmente en la superficie interior y exterior del cascarón esférico?



El cascarón esférico de la figura tiene una carga neta de – *3Q*. Si se introduce una carga de + *2Q* al interior de la esfera, sin hacer contacto con ella. **¿Cuál es el valor del campo eléctrico a una distancia *r* > *a*, medida desde el centro de la esfera?**



A) $\vec{E} = \frac{k(2Q)}{r^2}\hat{r}$ B) $\vec{E} = \frac{k(3Q)}{r^2}(-\hat{r})$ C) $\vec{E} = \frac{k(Q)}{r^2}(-\hat{r})$

CÁLCULO DE CAMPOS ELÉCTRICOS DE DISTRIBUCIONES CONTINUAS DE CARGA

DISTRIBUCIÓN DE CARGAS

- Dependiendo de la forma de la distribución, se definen las siguientes distribuciones de carga

- **Lineal**

$$\lambda = \frac{dq}{dl}$$

- **Superficial**

$$\sigma = \frac{dq}{dA}$$

- **Volumétrica**

$$\rho = \frac{dq}{dv}$$

- Cálculo del campo eléctrico en cada caso:

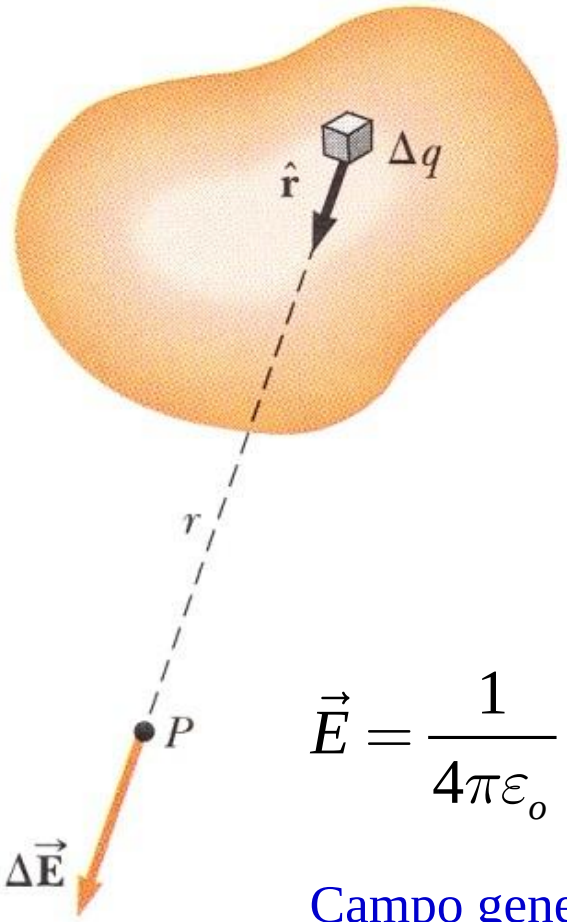
$$d\vec{E} = \frac{kdq}{r^2}\hat{r}$$

$$\vec{E} = \int_L k\ \lambda\ \frac{dl}{r^2}\ \hat{r}$$

$$\vec{E} = \int_S k\ \sigma\ \frac{dA}{r^2}\ \hat{r}$$

$$\vec{E} = \int_v k\ \rho\ \frac{dv}{r^2}\ \hat{r}$$

Campo Eléctrico de una Distribución Contínua de carga



$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

Campo generado por una partícula q

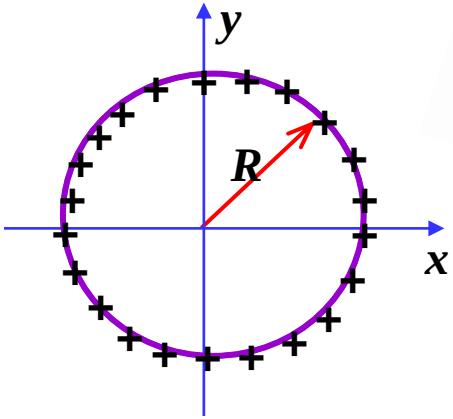
- Encuentre una expresión para dq:
  - **dq = λdl** para una distribución lineal
  - **dq = σdA** para una distribución superficial
  - **dq = ρdV** para una distribución de volumen
- Exprese la contribución del campo en el punto P debido a un diferencial de carga ***dq*** localizada en la distribución. Use simetría,

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$

- Sume (integre las contribuciones) sobre toda la distribución, variando el desplazamiento como se necesite,

$$\vec{E} = \int d\vec{E}$$

Pre-vuelo



- **Considere un anillo circular con carga total +*q*. La carga se distribuye de manera uniforme sobre el anillo, como se muestra, de tal forma que la carga por unidad de longitud es λ = *q*/2π*R*.**

- **El campo eléctrico en el origen es**

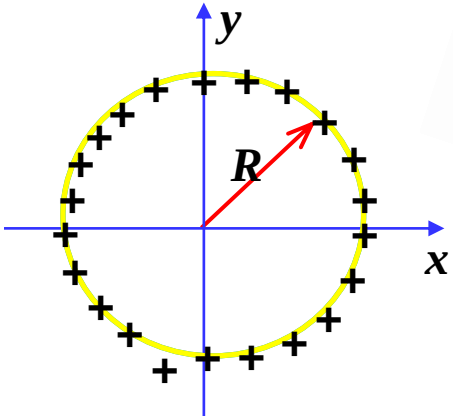
(a) **cero**

(b) $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{2\pi\lambda}{R}$

(c) $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\pi R\lambda}{R^2}$

Pre-vuelo

- **Considere un anillo circular con carga total +*q*. La carga se distribuye de manera uniforme sobre el anillo, como se muestra, de tal forma que la carga por unidad de longitud es λ = *q*/2π*R*.**



- **El campo eléctrico en el origen es**

(a) **cero** **(b)** $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\pi\lambda}{R}$ **(c)** $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\pi R\lambda}{R^2}$

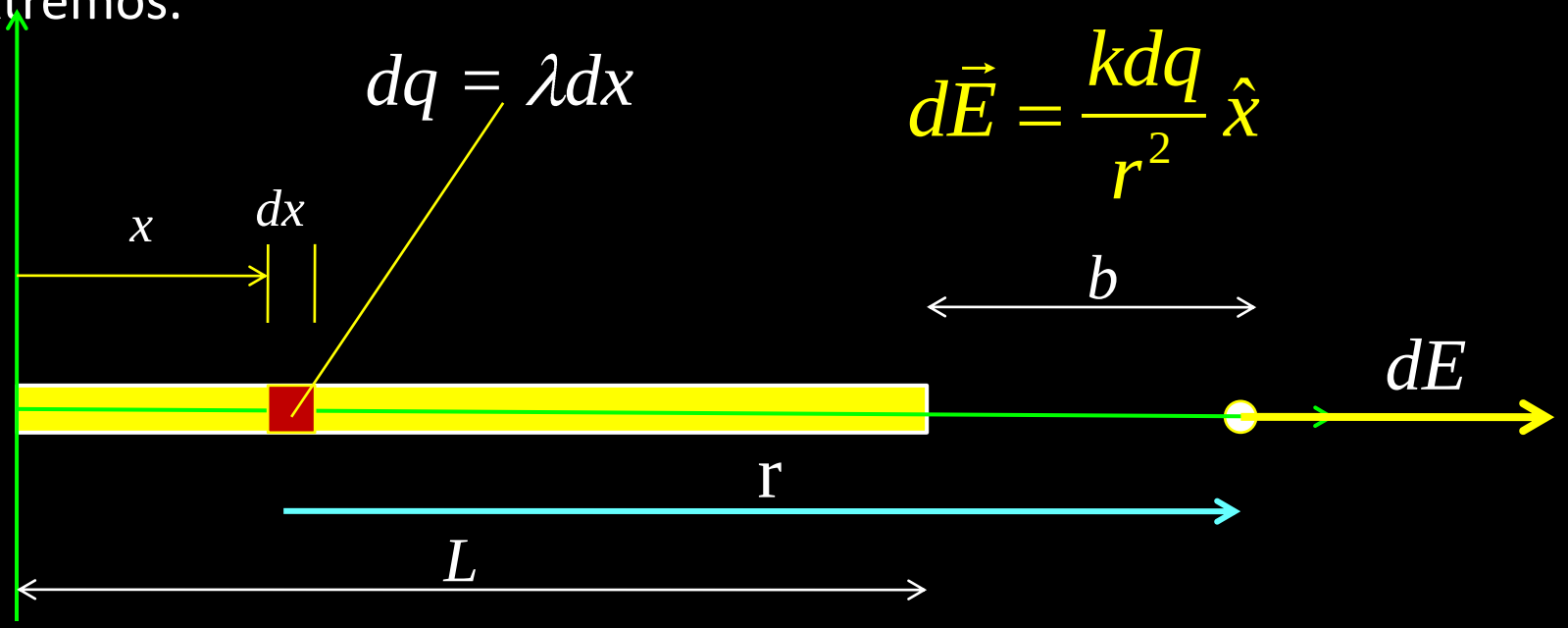
• Lo importande de recordar aquí es que el campo total en el origen es la **suma vectorial** de las contribuciones de todos los diferenciales de carga.

• *Si* el campo total fuera la suma *algebraica*, (b) sería la correcta….pero estamos aquí tratando con vectores, *no* escalares!

• Note que el campo *E* en el origen producido por un diferencial de carga se **cancela** exactamente por un diferencial de carga diametralmente opuesto!!

• **Por lo tanto, la SUMA VECTORIAL de todas las contribuciones es CERO!!**

Ejemplo: Una barra de longitud *L* tiene carga positiva uniformemente distribuída λ de valor total Q. Calcule el campo eléctrico en el punto P localizado sobre el eje de la barra a una distancia *b* desde uno de sus extremos.

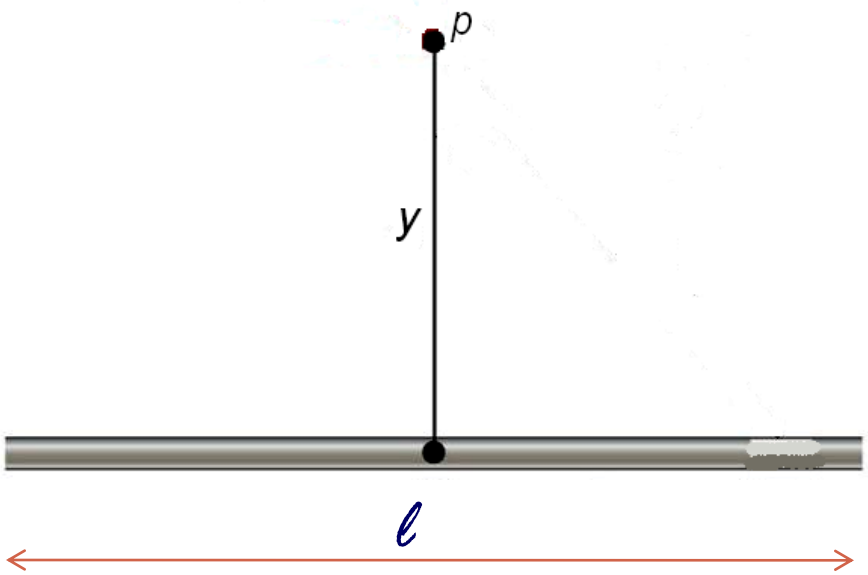


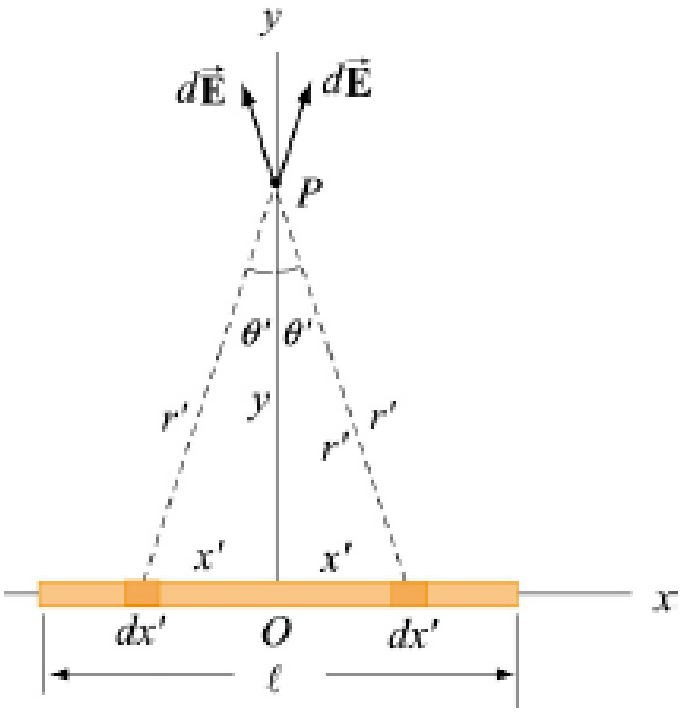
$$d\vec{E} = \frac{k\lambda dx}{r^2}\hat{x} \quad d\vec{E} = \frac{k\lambda dx}{(L+b-x)^2}\hat{x} \quad E = \int_0^L \frac{k\lambda dx}{(L+b-x)^2}$$

•Note que al integrar a lo largo de la barra, la dirección del vector ***dE*** NO cambia

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{L}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{L+b}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 b(L+b)}$$

Ejemplo: Determine el campo eléctrico en el punto *p* debido a una línea de longitud L con carga positiva uniformemente distribuida λ





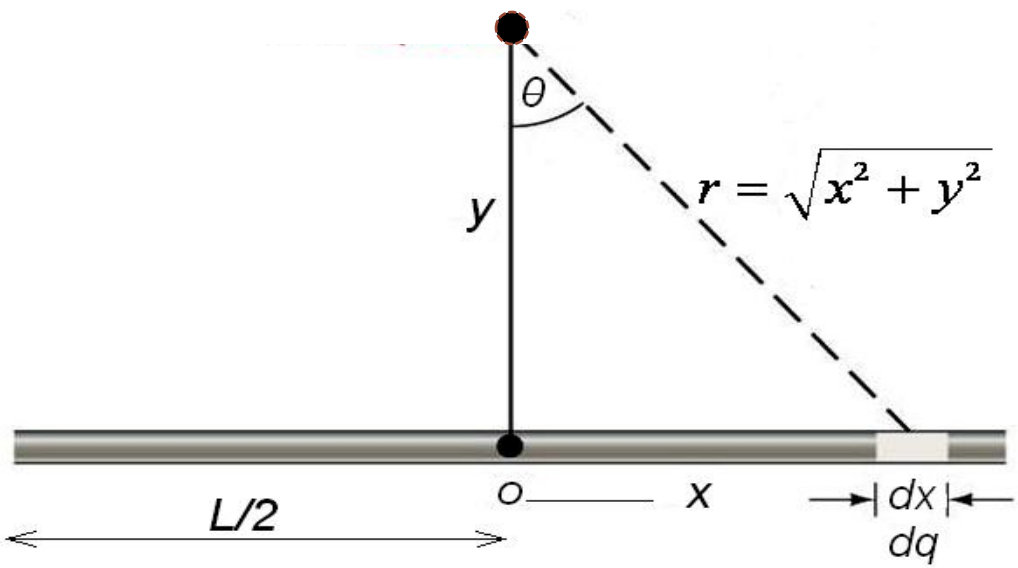
VER ANIMACIÓN

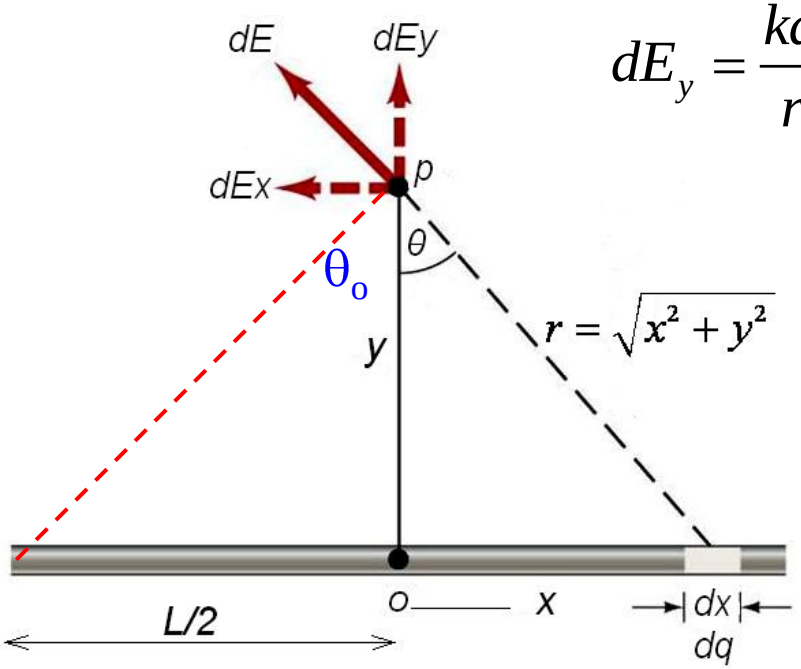
- Ubiquemos nuestro **punto de referencia** y tomemos un diferencial de línea con su correspondiente diferencial de carga.
- Encontremos la **contribución del diferencial** de campo dE en el punto p.
- Observemos si el problema presenta **simetría**.
- Sumemos finalmente todas las contribuciones a lo largo de la línea.

$$d\vec{E} = \frac{kdq}{(x^2 + y^2)}\hat{r}$$

$$dE_x = \frac{kdq}{(x^2 + y^2)} sen\,\theta$$

$$dE_y = \frac{kdq}{(x^2 + y^2)} cos\,\theta$$





$$dE_y = \frac{kdq}{r^2}\cos\theta$$

$$dE_y = \frac{k\,\lambda dx\cos\theta}{r^2}$$

$$dE_y = k\lambda\, dx\,\frac{y}{r^3}$$

$$dE_y = k\lambda\, y\,\frac{dx}{x^2+y^2\;{}^{3/2}}$$

$$E_y = k\lambda\, y\int_{-L/2}^{+L/2}\frac{dx}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

!Elija la variable a integrar!

Integrales para recordar

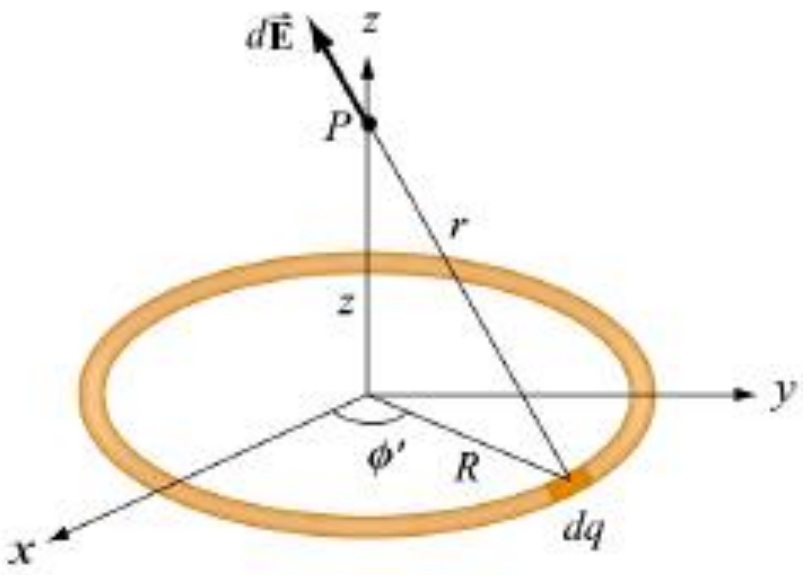
$$\int\frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2}\,\frac{1}{(x^2+a^2)^{1/2}}$$

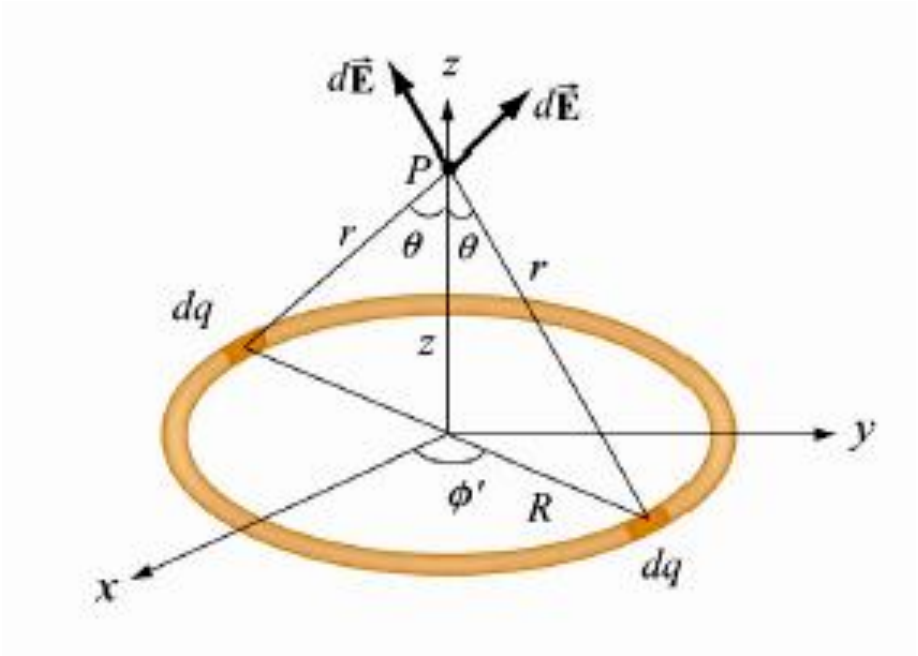
$$\int\frac{xdx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{(x^2+a^2)^{1/2}}$$

$$\int dE_y = \quad E_y = k\lambda\, y\left[\frac{x}{y^2}\,\frac{1}{(x^2+y^2)^{1/2}}\right]_{-L/2}^{+L/2}$$

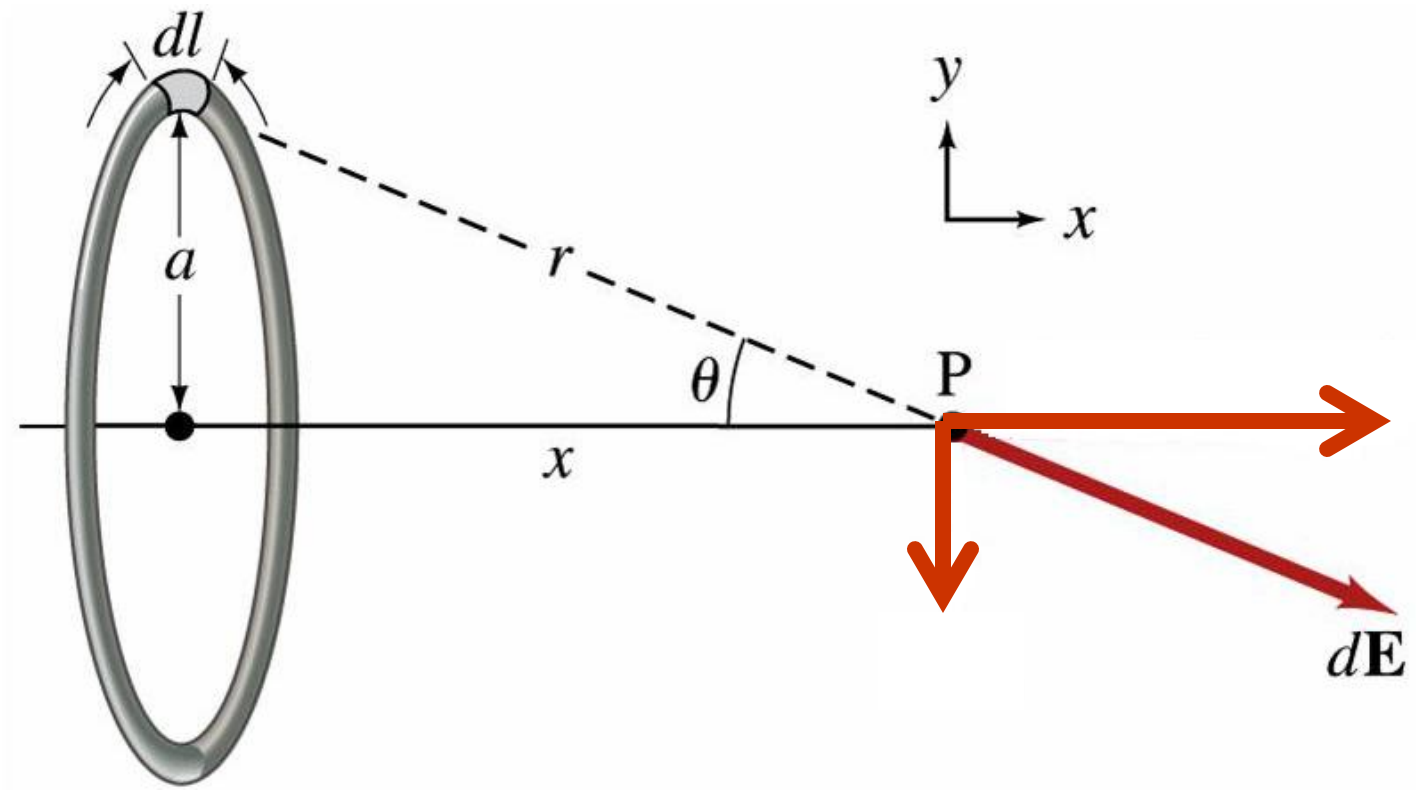
$$E_y = \frac{2k\lambda}{y}\left[\frac{L/2}{\sqrt{L/2\;{}^2+y^2}}\right] = \frac{2k\lambda}{y}\,sen\,\theta_o$$

Encuentre el campo eléctrico sobre el eje *z* producido por un anillo con carga lineal uniformemente distribuida $\lambda = Q/2\pi a$.

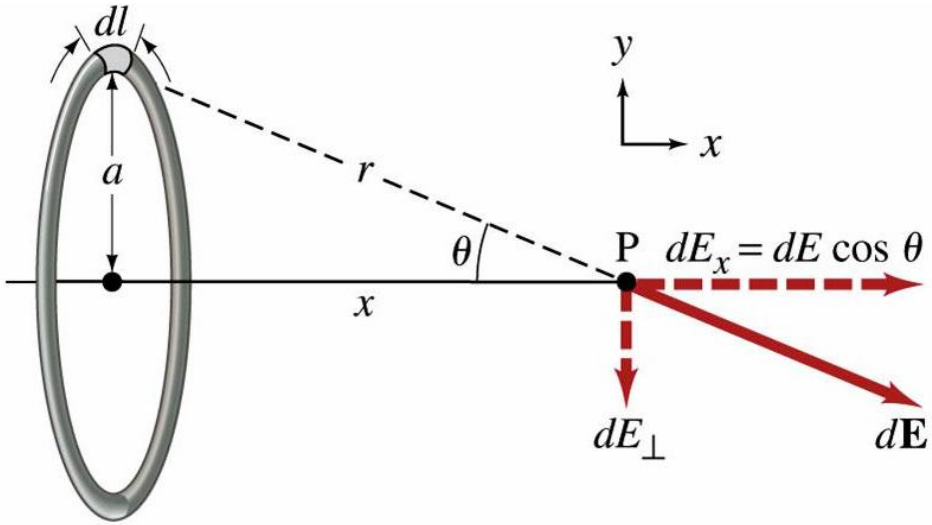




Encuentre el campo eléctrico sobre el eje x producido por un anillo con carga lineal uniformemente distribuida $\lambda = Q/2\pi a$.



VER ANIMACIÓN



$$dE = k\frac{dq}{r^2} = k\frac{\lambda dl}{r^2}$$

$$E_x = \int dE\cos\theta$$

$$E_x = \int \frac{k\,\lambda dl\cos\theta}{r^2}$$

$$E_x = \frac{k\,\lambda\cos\theta}{r^2}\int dl$$

!Elija la variable a integrar!

$$\int dl = \int_0^{2\pi} a\,d\varphi = a\int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi a$$

$$\boxed{E_x = \frac{k\lambda\cos\theta}{r^2}2\pi a}$$

$r^2 = x^2 + a^2$ $\qquad$ $\cos\theta = x/r$

$$\boxed{E_x = \frac{k\,Q\,x}{(x^2+a^2)^{3/2}}}$$

$$\begin{cases} = 0 & para \quad x = 0 \\ = 0 & para \quad x = \text{infinito} \\ = \text{máximo} & para \quad x = 0,7\,a \end{cases}$$

•Ejemplo: determine el campo en puntos sobre el eje de un disco con carga superficial uniformemente distribuída

$$E_x = \frac{k\,Q\,x}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

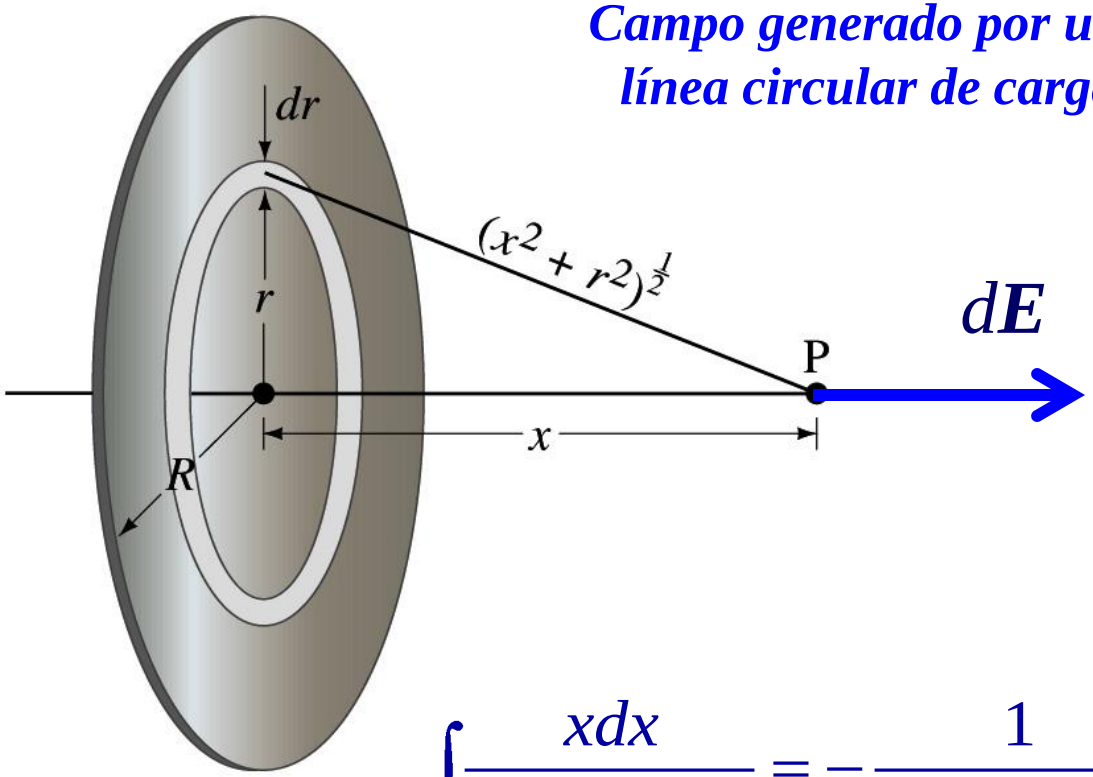
Campo generado por una línea circular de carga

$$dE = \frac{k\,dq\,x}{(x^2 + r^2)^{3/2}}$$

dq: diferencial de carga de un anillo de radio *r* y espesor *dr*.

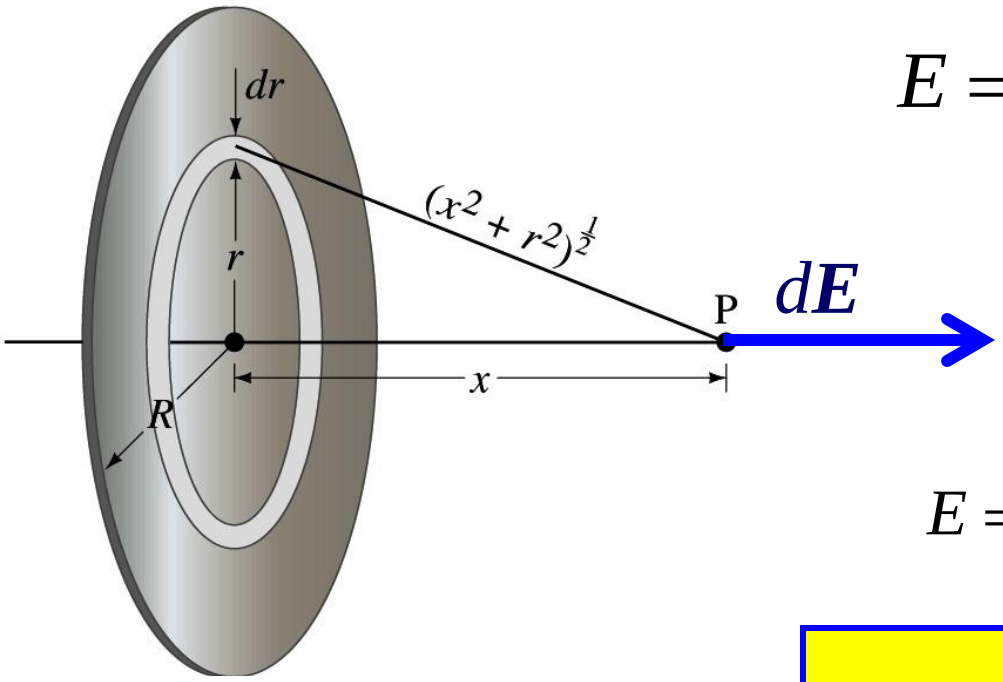
$$dq = \sigma\, 2\pi r dr$$

$$dE = \frac{x\,k\,\sigma 2\pi r dr}{(x^2 + r^2)^{3/2}}$$



$$E = x\,k\,\sigma 2\pi \int_0^R \frac{r dr}{(x^2 + r^2)^{3/2}}$$

$$\int \frac{x dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{(x^2 + a^2)^{1/2}}$$



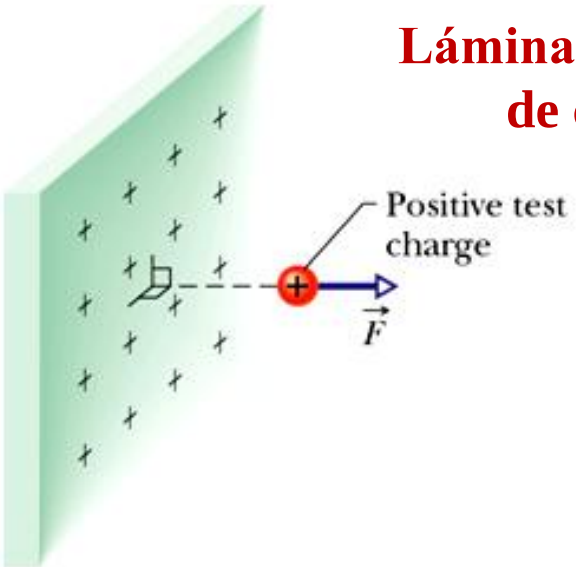
$$E = x\,k\,\sigma 2\pi \int_0^R \frac{r\,dr}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$\int \frac{x\,dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{(x^2+a^2)^{1/2}}$$

$$E = x\,k\,\sigma 2\pi \left[-\frac{1}{(x^2+r^2)^{1/2}} \right]_0^R$$

$$\boxed{E = x\,k\,\sigma 2\pi \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{(x^2+R^2)^{1/2}} \right]}$$

Lámina "infinita" de carga



$$Si\ R \Rightarrow \alpha$$

$$E = x\,k\,\sigma 2\pi \left(\frac{1}{x} \right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\sigma\, 2\pi$$

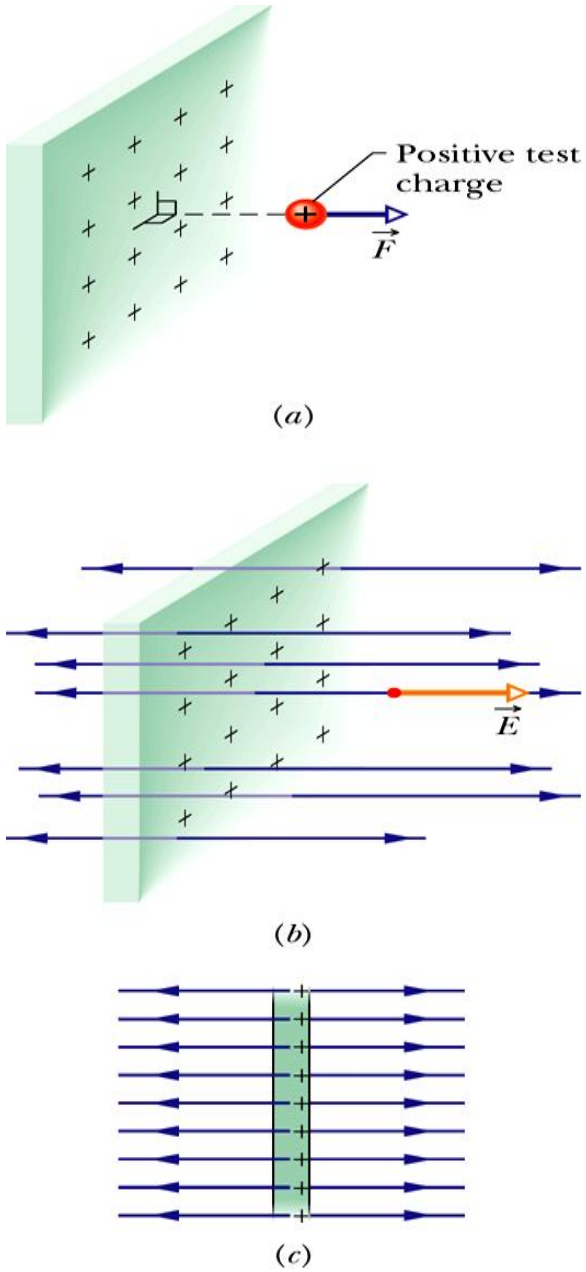
$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o}}$$

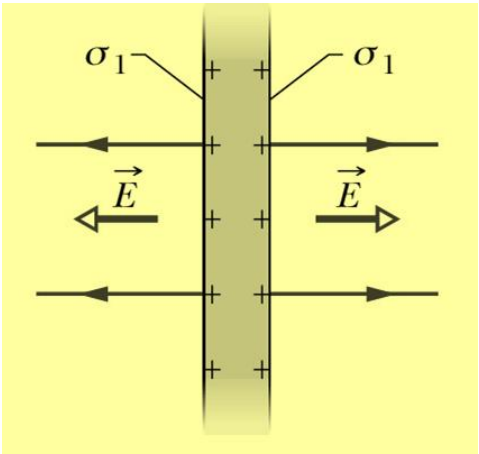
Campo eléctrico en la vecindad de una lámina conductora

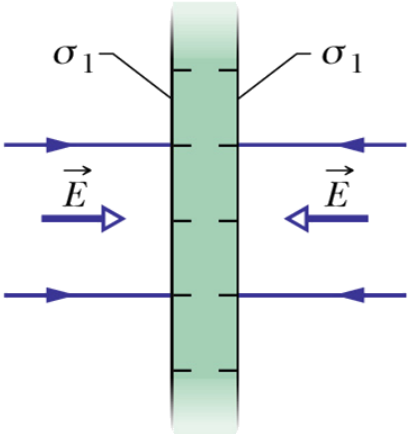
- Si es conductora, la carga se distribuirá sobre sus dos superficies

!Los campos se sumarían!

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_o} = \frac{\sigma}{\varepsilon_o}$$

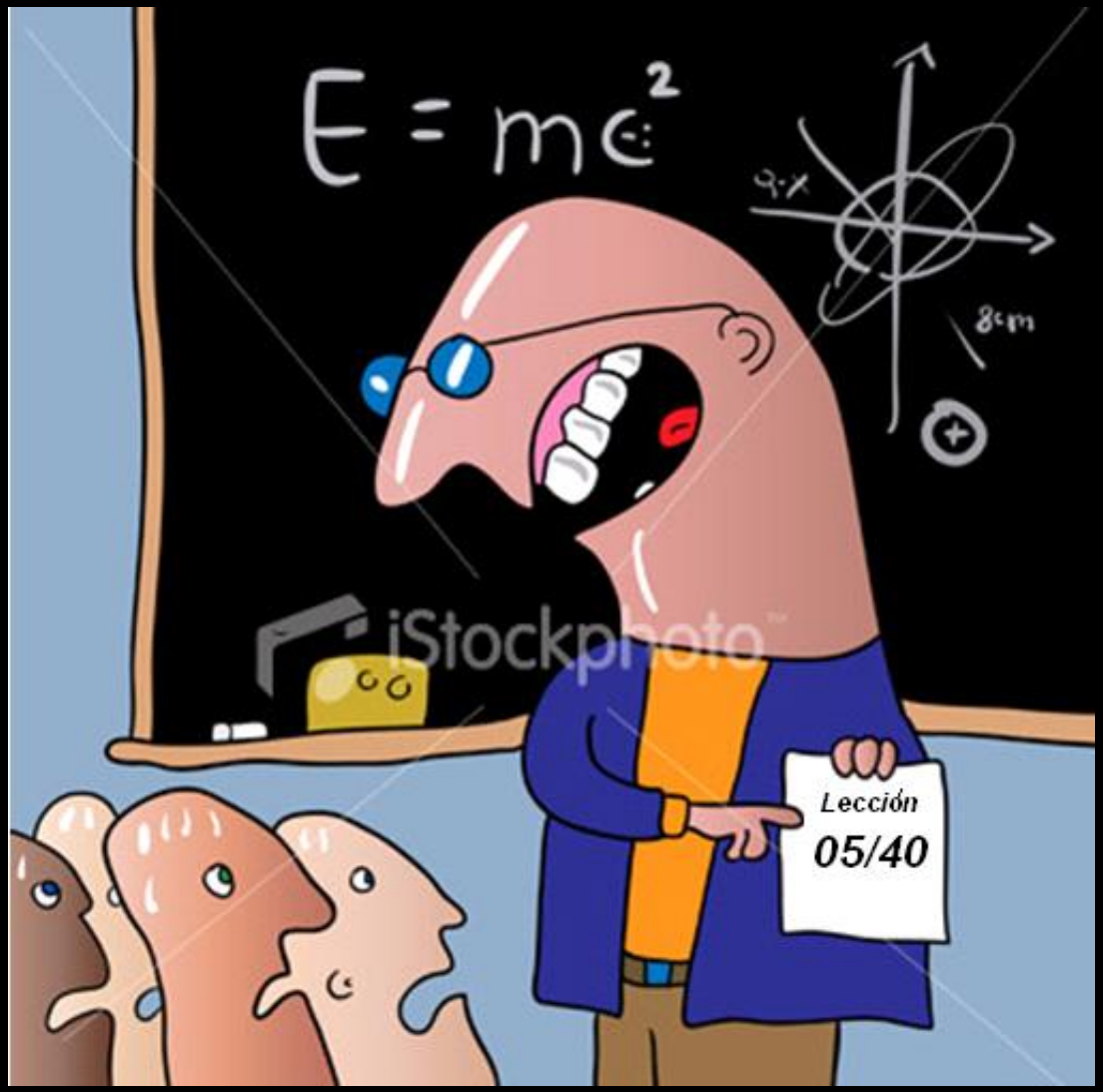






FIN DE ESTA UNIDAD

LA PROXIMA CLASE:

- **PRUEBA DE LECTURA DE LA UNIDAD "LEY DE GAUSS"**

- **LECCION SOBRE EL "CAMPO ELECTRICO"**